

Martin-Andersen-Nexö-Gymnasium Dresden

## Besondere Lernleistung

Johannes Pausch

Thema: Theoretische Analyse der Eigenschaften der Neutrinoarten ( $\nu_e; \nu_\mu; \nu_\tau$ ).

Experimentelle Untersuchung der Neutrinomischung mit Hilfe eines zu optimierenden Pendelmodells.

Externer Betreuer: Herr Professor Dr. Michael Kobel  
Institut für Kern- und Teilchenphysik  
Technische Universität Dresden

Betreuender Fachlehrer: Herr Ulrich Geißler

Dresden, den 10. Januar 2008

## **Selbstständigkeitserklärung**

Hiermit erkläre ich, dass ich dieses Dokument nach bestem Wissen und Gewissen selbstständig erarbeitet habe. Die Quellen von verwendeten Fakten, Grafiken und Ideen sind vollständig angegeben. Graphiken und Tabellen ohne Quellenangabe wurden von mir entworfen.

Kooperationspartner sind Herr Professor Dr. Michael Kobel und Herr Dr. Peter Eckstein des Instituts für Kern- und Teilchenphysik der Technischen Universität Dresden.

Dresden, den 10. Januar 2008

---

Johannes Pausch

## Danksagung

Mein Dank gilt besonders meinem Betreuer Herrn Prof. Dr. Michael Kobel, der mich mit viel Geduld bei der Durchführung und Abfassung der Arbeit unterstützte.

Außerdem bedanke ich mich bei Herrn Dr. Peter Eckstein und dem Institut für Kern- und Teilchenphysik für ihre Unterstützung.

Ich bedanke mich bei Herrn Ulrich Geißler für seine Hilfestellung als schulischer Betreuer.

---

Johannes Pausch

## Kurzfassung

Die Neutrinos sind seit ihrer Vorhersage im Jahre 1930 ein Rätsel in der Wissenschaft. Die gegenwärtigen Forschungsbereiche der Teilchenphysik suchen immer wieder nach neuen Möglichkeiten, sie zu verstehen.

Eine der rätselhaften Eigenschaften der Neutrinos ist ihre Oszillation. Tau-, Myon- und Elektron-Neutrinos wandeln sich periodisch ineinander um. Jedes Neutrino ist „zusammengesetzt“ aus drei Massezuständen. Diese Massezustände oszillieren in unterschiedlichen Frequenzen. Ihre Überlagerung bestimmt, welche Art von Neutrino gerade vorliegt. Der Ablauf der Oszillation ist dabei maßgeblich von speziellen Parametern wie Massendifferenzen und Mischungswinkeln abhängig.

Herr Professor Dr. Michael Kobel entwickelte für diese Oszillation ein mechanisches Modell. Danach kann man die Massezustände und Mischungswinkel mit Hilfe von drei gekoppelten Pendeln veranschaulichen. Die Schwebung dieser Pendel sollte dabei anzeigen, welches Neutrino mit welcher Wahrscheinlichkeit und zu welcher Zeit vorkommt.

In der vorliegenden Arbeit werden in einem theoretischen Teil zunächst die Neutrinos im „Teilchenzoo“ ausfindig gemacht, ihre Entstehung und Oszillation beleuchtet.

Um zu überprüfen, ob die Neutrino-Oszillation durch das Modell der gekoppelten Pendel dargestellt werden kann, wurden verschiedene Experimente durchgeführt.

In diesem praktischen Teil der Arbeit standen Untersuchungen mechanischer Schwingungen und Schwebungen im Vordergrund. Ein besonderes Augenmerk lag dabei auf dem Einfluss von bestimmten Pendelparametern auf die Schwebung der Pendel.

Es sollte herausgefunden werden, ob und unter welchen Bedingungen das Pendel die Neutrino-Oszillation darstellen kann und wo die Grenzen des Pendels liegen.

Im Verlauf der Arbeit wurde festgestellt, dass drei gekoppelte Pendel wesentliche Merkmale der Neutrino-Oszillation qualitativ darstellen können. So war es möglich fast alle Mischungswinkel mit ihrer prinzipiellen Auswirkung darzustellen und Massendifferenzen am Pendel zu realisieren. Es wurden aber vereinzelt auch Eigenschaften der Pendel gefunden, die die Deutung als „Neutrino-Pendel“ einschränken. Hier ist vor allem der eingeschränkte Bereich, in dem Mischungswinkel dargestellt werden konnten, zu nennen.

Allgemein lässt sich die Aussage treffen, dass das Modell dreier gekoppelter Pendel die Neutrino-Oszillation überraschend gut qualitativ darstellen kann. Es gibt jedoch einige wenige Aspekte, bei denen keine Übereinstimmung gefunden werden konnte.

Das Pendelmodell zur Darstellung der Neutrino-Oszillation soll später in der Fakultät Physik der Technischen Universität Dresden in Vorlesungen und auf Internetseiten zum besseren Verständnis der Neutrino-Oszillation verwendet werden.

## Abstract

Since their prediction in 1930 neutrinos have been a mystery of science. Current fields of research in particle physics are searching for new ways to understand them.

One of their mysterious features is their oscillation. Tau, myon and electron neutrinos convert periodically into each other. Each neutrino "consists" of three eigenstates of mass. Those masses oscillate with different frequencies. Their superposition defines which neutrino flavour is currently present. The oscillation depends on important parameters like differences of mass and mixing angles.

Professor Dr. Michael Kobel developed a model concept for the oscillation. With this model, one can demonstrate the eigenstates of mass and the mixing angles as features of three linked mechanical pendulums. The function of amplitudes and time are supposed to show which neutrino flavour is present at what chance and time.

The theoretical part of this paper introduces the neutrino particle; its position in between the other elementary particles and its origin and oscillation is examined.

To check whether the model describes the neutrino oscillation correctly, experiments had to be done.

In this practical part, the main focus was drawn to oscillations and beats especially to the influence of parameters of the pendulum on the oscillation. The purpose of the experiments was to find out which neutrino oscillation features are correctly shown by the pendulum and where are the limits of the pendulum-neutrino interpretation.

This work shows that the pendulum can realize essential characteristics of the neutrinos. Most of the mixing angles can be demonstrated on principle. The differences of mass could be realized as a ratio of the beats' frequencies. On the other hand there have been a few discrepancies concerning the matching of pendulum and neutrino oscillation. Especially the narrow range of the mixing angles is one of those problems.

In general one can conclude that the pendulum can show major parts of the neutrino oscillation but there are a couple of neutrino oscillation characteristics that could not have been realized by the pendulum.

It is planned to use the pendulum model for educational purposes to visually explain the neutrino oscillation and to simplify its understanding at the University of Dresden and on its web sites.

# Inhaltsverzeichnis

1	Motivation .....	3
2	Zur Geschichte der Elementarteilchenphysik .....	4
3	Neutrinos .....	7
3.1	Entstehung .....	7
3.1.1	Sterne und natürliche Zerfälle .....	7
3.1.2	Teilchenschauer in der Atmosphäre .....	8
3.1.3	Künstliche Neutrinoquellen .....	9
3.2	Erforschung der Neutrinos .....	9
3.2.1	Homestake .....	9
3.2.2	Super-Kamiokande .....	10
3.3	Eigenschaften der Neutrinos .....	11
4	Gekoppelte Pendel – ein Modell für die Neutrino-Oszillation .....	15
4.1	Harmonische Schwingungen und Pendel .....	15
4.2	Gekoppelte Pendel .....	17
4.3	Gekoppelte Pendel als Neutrino-Modell .....	18
5	Experimente .....	21
5.1	Zielsetzung .....	21
5.2	Messapparatur .....	22
5.2.1	Prinzipieller Versuchsaufbau .....	22
5.2.2	Harmonische Schwingung bei gekoppelten Pendeln .....	23
5.2.3	Elektronische Messdatenerfassung und Auswertung .....	25
5.2.4	Bestimmung der Federkonstanten .....	30
5.3	Kopplungshöhe der Pendel und Schwebungsfrequenz .....	33
5.4	Variation der Mischungswinkel .....	38
5.4.1	Untersuchung des Mischungswinkels $\theta_{12}$ .....	42
5.4.2	Untersuchung des Mischungswinkels $\theta_{13}$ .....	49
5.4.3	Untersuchung des Mischungswinkels $\theta_{23}$ .....	54
5.4.4	Abschließende Untersuchung der Mischungswinkel .....	57
5.5	Zusammenfassung der Versuchsreihen .....	59
5.6	Mögliche Ursachen für Verfälschung der Messergebnisse .....	59
6	Zusammenfassung und Ausblick .....	61
7	Literatur- und Quellenverzeichnis .....	62
7.1	Buch .....	62
7.2	Internet .....	62
7.3	Gespräche .....	63
8	Verzeichnis von Tabellen und Abbildungen .....	65
8.1	Tabellen .....	65
8.2	Abbildungen .....	65

## Formeln, Abkürzungen, Indizes

Formelzeichen	Einheit	Begriff	Formelzeichen	Begriff
$A$	$m$ oder $V$	Amplitude	$A; B$	Atomkern
$E_{kin}$	$eV$	kinetische Energie	$d$	Down-Quark
$F$	$N$	Kraft	$e^-$	Elektron
$F_f$	$N$	Federkraft	$e^+$	Positron
$F_G$	$N$	Gewichtskraft	$E$	Energie
$F_r$	$N$	Rücktreibende Kraft	$\Delta m$	Massendifferenz
$F_R$	$N$	Radialkraft	$\mu$	Myon
$F_T$	$N$	Tangentialkraft	$\bar{\mu}$	Anti-Myon
$f$	$Hz$	Schwingungsfrequenz	$n$	Neutron
$g$	$m/s^2$	Fallbeschleunigung	$\nu_e$	Elektron-Neutrino
$k$	$N/m$	Federkonstante	$\bar{\nu}_e$	Antielektron-Neutrino
$l$	$m$	Länge; Höhe	$\nu_\mu$	Myon-Neutrino
$L$	$m$	Abstand zum Ursprung	$\bar{\nu}_\mu$	Antimyon-Neutrino
$m$	$eV/c^2; kg$	Masse	$\nu_\tau$	Tau-Neutrino
$n$		Anzahl	$\bar{\nu}_\tau$	Antitau-Neutrino
$\omega$	$s^{-1}$	Kreisfrequenz/ Schwebungsfrequenz	$p$	Proton
$P$		Wahrscheinlichkeit	$\pi^+$	Positives Pion
$\theta, \varphi$	Grad/Bogenmaß	Winkel	$\pi^-$	Negatives Pion
$T$	$s$	Periode/ Schwingungsdauer	$u$	Up-Quark
$t$	$s$	Zeit		
$x; x_1; x_0; y$	$m$	Auslenkung		

# 1 Motivation

Die Erforschung der Neutrinos gehört zu den aktuellen Forschungsgebieten der Teilchenphysik. Viele Eigenschaften der Neutrinos sind seit ihrer Vorhersage im Jahr 1930 ein Rätsel, und es wird immer wieder nach neuen Möglichkeiten gesucht, sie zu verstehen. Dabei gab und gibt es viele Theorien über die Bedeutung des „Kleinen Neutralen“. Nach heutigem Wissenstand gibt es drei Arten von Neutrinos: Elektron-, Myon- und Tau-Neutrinos.

Eine der rätselhaften Eigenschaften der Neutrinos ist ihre Oszillation. Es ist eine experimentell bewiesene Tatsache, dass sich Tau-, Myon- und Elektron-Neutrinos periodisch ineinander umwandeln. Quantenphysikalisch erklärt man das damit, dass jedes Neutrino aus drei Massezuständen „zusammengesetzt“ ist. Diese Massezustände oszillieren in unterschiedlichen Frequenzen. Ihre Überlagerung bestimmt, welche Art von Neutrino gerade vorliegt. Dabei kann man nur schwer Aussagen über einzelne Neutrinos treffen. Vielmehr ist es möglich, die Wahrscheinlichkeit, welche der drei Neutrino-Arten an einem bestimmten Ort oder zu einer bestimmten Zeit auftritt, zu beschreiben.

Herr Professor Dr. Michael Kobel entwickelte hierfür ein mechanisches Modell. Danach kann man die Schwebung der drei Massezustände mit Hilfe von drei gekoppelten Pendeln veranschaulichen. Die Schwebung der Pendel sollte dabei anzeigen, welches Neutrino mit welcher Wahrscheinlichkeit zu welcher Zeit vorkommt.

Um zu überprüfen, ob die gekoppelten Pendel die Neutrino-Oszillation wirklich modellartig darstellen, müssen umfangreiche Experimente durchgeführt werden.

Dabei ist zu fragen:

- Welche Oszillations-Eigenschaft wird durch das Modell korrekt dargestellt?
- Wo gibt es keine Übereinstimmung zwischen Modell und Wirklichkeit?

Ziel dieser BeLL ist es, die entsprechenden Experimente durchzuführen und die aufgeworfenen Fragen zu beantworten.

## 2 Zur Geschichte der Elementarteilchenphysik

Seit Jahrtausenden beschäftigt die Erklärung von Vorgängen und Phänomenen, sowie der Welt selbst, das Denken und Streben der Menschheit. Philosophen stellten Theorien auf, deren Begründung unserer heutigen Vorstellung von Wissenschaft stark widerspricht. Erst mit Aristoteles begann der Wandel zur empirischen Forschung und damit zur Belegbarkeit von Erkenntnissen [B7][I1].

Bereits hundert Jahre vor ihm war durch Anaxagoras, Leukipp und seinen Schüler Demokrit die Vorstellung von Atomen als kleinste Teilchen entstanden. Diese sollten sich im leeren Raum befinden und ihre Umordnung Werden und Vergehen erklären. Weiterhin sollten diese Atome sich immer in Bewegung befinden. Die Theorie über Atome wurde jedoch bis in das 16. Jahrhundert von der Kirche als heidnisch deklariert [B1][I2][I3][I4][I5].

Erst der Chemiker Antoine Lavoisier veröffentlichte 1789 eine Theorie, in der er sich von den vier Elementen des Mittelalters - Feuer, Wasser, Luft und Erde - abwandte und 23 neue Elemente einführte. 1860 wurde das Atom offizieller Bestandteil der chemischen Lehre [I5]. Auch Physiker beobachteten neue Phänomene und entwickelten neue Theorien. 1871 stellte Wilhelm Weber das erste Atommodell mit Elektronen auf. Cromwell Fleetwood Varley wies deren negative Ladung nach. Joseph John Thomson stellte, beruhend auf seinen Experimenten mit Kathodenstrahlen, eine Theorie auf, nach welcher Elektronen sich gegenseitig abstoßen und ihre Masse sehr viel kleiner sei als die eines Wasserstoff-Ions [I5][I6].

Zu Beginn des 20. Jh. führte Max Planck die Quantisierung elektromagnetischer Strahlung ein, und fünf Jahre später prägte Albert Einstein den Begriff des Photons für ein solches Quant [I7].

Ernest Rutherford schuf 1911 ein Atommodell, bei dem er zwischen Atomkern und -hülle unterschied und deren Ausmaße kalkulierte. Außerdem bewies er, dass sich 99,9 % der Masse eines Atoms im Kern befindet, und dass die elektrostatische Kraft zwischen Elektronen und Atomkern wirkt. Sein Schüler Niels Bohr erweiterte dieses Modell 1913 und beschrieb Elektronen, die sich im Atom auf Bahnen befinden und beim Wechsel von einer höheren in eine niedrigere Bahn Energie emittieren.

1914 gelang es James Chadwick mit Hilfe von magnetischen Spektrometern ein kontinuierliches Energiespektrum der Elektronen beim  $\beta^-$ -Zerfall zu messen. Dies stellte die Gültigkeit des Energieerhaltungssatzes in Frage und blieb lange Zeit ungeklärt [B8].

In den folgenden Jahrzehnten überschlugen sich die Ereignisse in der Physik. Die Existenz von Protonen, die Teilchen des Atomkerns sein sollten, wurde von Rutherford 1919 nachgewiesen. Der Begriff der „starken Kraft“ wurde eingeführt, das quantenhafte Verhalten der Röntgenstrahlen entdeckt und die Welleneigenschaft von Teilchen erkannt. Niels Bohr, Max Born, Paul Dirac, Werner Heisenberg, Wolfgang Pauli und Erwin Schrödinger entwickelten bis zum Ende der zwanziger Jahre die Quantenmechanik. Dirac beschrieb ein weiteres „neues“ Teilchen, das Positron, welches das Antiteilchen des Elektrons sein sollte [I6][I7][I8][I9].

1930 postulierte Pauli ein „Neutron“, welches später von Enrico Fermi in Neutrino umbenannt wurde. Es sollte die Problematik der scheinbaren Verletzung des Energieerhaltungssatzes beim  $\beta^-$ -Zerfall lösen. Das kontinuierliche Energiespektrum wurde damit erklärt, dass sich die beim  $\beta^-$ -Zerfall freiwerdende, diskrete Energie nicht nur auf das Elektron übertragen sollte, sondern auch auf das Neutrino [B8][I7][I9].

1932 entdeckte Chadwick schließlich das Teilchen, das uns heute als Neutron bekannt ist und mit dem Proton die Atomkernbestandteile („Nukleonen“) darstellt. Im Jahr darauf führte

Fermi den Begriff der „schwachen Wechselwirkung“, deren Vermittlerteilchen verschiedene Arten von Bosonen sein sollten, ein.

1937 wurde ein Teilchen entdeckt, welches zuerst für ein  $\pi$ -Meson (siehe Ende dieses Abschnitts und Abschnitt 3.1.2) gehalten, aber nach dem Zweiten Weltkrieg als Myon erkannt wurde. Dieses Elementarteilchen war dem Elektron sehr ähnlich, doch besaß es eine höhere Masse. Deswegen führte man eine so genannte zweite Generation von Elementarteilchen ein. Das wahre  $\pi$ -Meson wurde kurz darauf ebenfalls entdeckt.

Mit Hilfe der von Donald Blaser entwickelten Blasenkammer konnte man ab 1952 viele neue Teilchen aufspüren. Die Streuexperimente der nachfolgenden Jahre gaben Hinweise auf eine innere Struktur von Protonen und Neutronen [17][19].

Für die Entwicklung und Bestätigung der Neutrino-Theorie war das Jahr 1953 von großer Bedeutung. Es gelang Fred Reines und Clyde Cowen mit ihrer Apparatur „Poltergeist“ erstmals Neutrinos nachzuweisen [B2][110].

1962 konnte experimentell gezeigt, dass es verschiedene Arten von Neutrinos gibt, das Myon-Neutrino und das Elektron-Neutrino [17].

Martin Lewis Perl entdeckte 1975 das Tauon (auch Tau oder Tau-Lepton). Es war dem Myon und dem Elektron ähnlich und unterschied sich wieder nur in seiner Masse von den anderen beiden Teilchen, sodass das Tauon in eine dritte Generation von Elementarteilchen eingegliedert wurde. Im Jahr 2000 wurde erstmals am Fermilab das dazu gehörige Tau-Neutrino gesichtet [111][112].

Inzwischen hatte man auch drei Generationen von Quarks gefunden, welche die innere Struktur von Protonen und Neutronen erklärten. Diese Materieteilchen bilden in verschiedenen Kombinationen Mesonen, welche aus zwei Quarks bestehen (dazu gehört auch das  $\pi$ -Meson) und Baryonen, welche aus drei Quarks bestehen, wie zum Beispiel das Proton und das Neutron.

Außerdem hatte man zwei Jahrzehnte zuvor in Hamburg, am Deutschen Elektronen-Synchrotron (DESY), eine Gruppe von Wechselwirkungsteilchen nachgewiesen, die für die starke Kraft zuständig sein sollten, die Gluonen. Die starke Kraft erklärt den Zusammenhalt von mehreren Quarks. Weiterhin wird vermutet, dass es auch ein Wechselwirkungsteilchen für die Gravitation geben könnte. Dieses „Graviton“ wurde jedoch bisher noch nicht experimentell bestätigt [B3][111][112][116].

Die Wechselwirkungsteilchen und die Materieteilchen bilden das heutige Standardmodell der Elementarteilchen (Tabelle 1).

Alle Materieteilchen haben noch ein Antiteilchen. Antiteilchen haben die gleichen Massen wie ihre Partner, aber ihre elektromagnetischen, schwachen und starken Ladungen sind entgegengesetzt. Bisher sind die Massen aller dieser Teilchen außer der des Neutrinos bekannt. Es wird vermutet, dass die Massen der Neutrinos sehr gering sind. So schloss man aus der Explosion der Supernova SN 1987A in der großen Magellanschen Wolke und der nicht gemessenen Verspätung der Neutrinos gegenüber dem Licht, dass ihre Massen nicht größer als  $20 \text{ eV}/c^2$  (<sup>1</sup>) sein müssten. Inzwischen schätzt man, dass die Masse des Elektron-Neutrinos, welche eigentlich aus drei interferierenden Massezuständen besteht, kleiner  $3 \text{ eV}/c^2$  ist (siehe Abschnitt 3.3) [B2][B3][112][G1][G2].

---

<sup>1</sup> Nach  $E = mc^2$  folgt  $m = \frac{E}{c^2}$  mit  $E = QU$ , die Spannung  $U$  hat die Einheit Volt (V), die elektrische Ladung  $Q$  hat die Einheit e mit  $1e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ As}$

**Tabelle 1: Schematische Darstellung des Standardmodells der Elementarteilchen mit Materieteilchen und Wechselwirkungsteilchen. Neutrinos und ihre Partnerteilchen gehören zu den Leptonen.**

<b>Materieteilchen/Fermionen</b>			
Generation	I	II	III
Leptonen	Elektron $e^-$	Myon $\mu$	Tau $\tau$
	Elektron-Neutrino $\nu_e$	Myon-Neutrino $\nu_\mu$	Tau-Neutrino $\nu_\tau$
Quarks	Down	Strange	Bottom
	Up	Charm	Top

<b>Wechselwirkungsteilchen/Bosonen</b>			
	Gluon	Photon	$W^{+/-}$ - und Z-Boson
Träger der	Starken Kraft	Elektromagnetischen Kraft	Schwachen Kraft

Quelle: nach [B3][B5]

Die Erforschung der Neutrinos ist bei weitem noch nicht abgeschlossen. Es gibt immer wieder neue Theorien, die durch Experimente bestätigt werden müssen und neue Modelle, die helfen sollen, die Phänomene der Natur zu verstehen.

## 3 Neutrinos

### 3.1 Entstehung

Neutrinos haben natürliche und künstliche Quellen. Heute sind vier natürliche Quellen bekannt: Kernreaktionen in Sternen, Supernovae, Teilchenschauer in der Atmosphäre und natürliche Zerfallsprozesse radioaktiver Substanzen, wie unter anderem  $^{40}\text{K}$ . Zu den künstlichen Quellen zählen Kernreaktoren, Nuklearbomben, Teilchenbeschleuniger und medizinische Verfahren, zum Beispiel die Positronenemissionstomographie (PET), die künstlich erzeugte radioaktive Substanzen verwendet.

#### 3.1.1 Sterne und natürliche Zerfälle

Quelle: [G1]

Im Inneren eines Sternes findet Kernfusion statt. Dabei wandeln sich Protonen teilweise in Neutronen um und verbinden sich mit weiteren Protonen und Neutronen zu Kernen höherer Masse. In der Sonne unseres Sonnensystems fusionieren hauptsächlich Protonen zu Heliumkernen.

Elektron-Neutrinos entstehen dabei als „Nebenprodukt“ dieser Prozesse:



Vereinfacht dargestellt wandelt sich zweimal ein Proton in ein Neutron, ein Positron und ein Elektron-Neutrino um:



Diese Kernreaktion wird auch  $\beta^+$ -Zerfall genannt. Da diese Reaktion im Kern der Sonne, bei circa  $10^7$  K, mit großen Mengen an Materie stattfindet, entstehen auch sehr viele Neutrinos. Diese Neutrinos werden auch nach ihrer Quelle Sonnenneutrinos genannt. Ihre Oszillation heißt Sonnenneutrino-Oszillation. (Die Neutrino-Oszillation wird in Abschnitt 3.3 näher erläutert.)

Der entgegengesetzte Prozess zu Gleichung 2 ist auch als  $\beta^-$ -Zerfall bekannt. Hier zerfällt ein Neutron in einer Halbwertszeit von durchschnittlich 15 min in ein Proton, ein Elektron und ein Antielektron-Neutrino (<sup>2</sup>):



Neutronen und Protonen gehören zu den Baryonen und bestehen aus Quarks. Das Neutron besteht aus einem up- und zwei down-Quarks, das Proton aus zwei up- und einem down-Quark. Das heißt, dass ein down-Quark in ein up-Quark, ein Elektron und ein Antielektron-Neutrino zerfällt:



---

<sup>2</sup> Die verschiedenen Arten von Antineutrinos werden je nach Literaturquelle unterschiedlich bezeichnet. So findet man für das gleiche Teilchen Antielektron-Neutrino und Elektron-Antineutrino

$$d \rightarrow u + e^{-} + \bar{\nu}_e \quad (5)$$

Quelle: [B5]

$\beta$ -Zerfälle kommen auch auf der Erde in der Natur vor. Viele chemische Elemente bestehen aus mehreren Isotopen, die zum Teil nicht stabil sind. So enthält natürliches Kalium etwa 0,012 % des Isotops  $^{40}\text{K}$ , das mit einer Halbwertszeit von  $1,277 \cdot 10^9$  Jahren zerfällt. In 89 % aller Fälle erfolgt ein  $\beta^{-}$ -Zerfall zu  $^{40}\text{Ar}$ , in 11% der Fälle wird durch Elektroneneinfang  $^{40}\text{Ca}$  erzeugt. In jedem Fall entsteht dabei ein Neutrino – entweder ein Elektron-Neutrino (Elektroneneinfang) oder ein Anti-Elektron-Neutrino. ( $\beta^{-}$ -Zerfall) [117].

Kalium ist auch ein Makronährelement<sup>3</sup> für Pflanzen. Über Nahrungsaufnahme gelangen täglich 3 g Kalium in den menschlichen Körper. Dadurch wird der Mensch zur Neutrinoquelle – pro Sekunde entstehen im Körper etwa 4.500 Neutrinos durch Zerfall von  $^{40}\text{K}$  und weitere 3.800 Neutrinos durch den  $\beta^{-}$ -Zerfall des Kohlenstoff-Isotops  $^{14}\text{C}$  [B6][118].

### 3.1.2 Teilchenschauer in der Atmosphäre

Quelle: [G1]

Die Leitfähigkeit von staubfreier Luft war bis 1901 ungeklärt. Doch in diesem Jahr äußerte C.T.R. Wilson die Vermutung, dass es eine außerplanetarische, hochenergetische Strahlung geben könnte, die zu der Ionisierung von Luft führe. Experimente auf dem Eiffelturm und mit Ballons schienen diese Theorie zu bekräftigen. Schließlich wies V.F. Hess im Jahr 1912 die kosmische Herkunft dieser Strahlung mit Hilfe präziser Ionisationskammern in einem Ballon nach. Die Entdeckung dieser Strahlung aus dem Kosmos stellte sich als wahre Goldmine für noch unbekanntes Teilchen heraus [B4].

Kosmische Strahlung ist eine Teilchenstrahlung aus dem Weltall. Vorwiegend kommen in dieser Strahlung Protonen, Elektronen, Neutrinos von Sternen und ionisierte Atome vor. Wenn die Protonen mit hoher kinetischer Energie auf die Teilchen der Atmosphäre der Erde treffen, kommt es zu Wechselwirkungen, es entsteht ein Teilchenschauer mit vielen Sekundärteilchen. Als solche Sekundärteilchen treten unter anderen Pionen ( $\pi^{\pm}$ ) auf, die zu den Mesonen gehören. Das heißt, sie bestehen aus zwei Quarks. Das  $\pi^{-}$  weist ein Anti-up-Quark und ein down-Quark auf, das  $\pi^{+}$  ein Anti-down-Quark und ein up-Quark.

Die Pionen zerfallen wiederum in andere Teilchen, die Myonen und Myon-Neutrinos:

$$\pi^{-} : d\bar{u} \xrightarrow{W^{-}} \mu^{-} + \bar{\nu}_{\mu} \quad (6)$$

$$\pi^{+} : \bar{d}u \xrightarrow{W^{+}} \mu^{+} + \nu_{\mu} \quad (7)$$

Myonen zerfallen ebenfalls innerhalb von circa  $2 \mu\text{s}$  in Elektronen bzw. Positronen, Myon- und Elektron-Neutrinos:

$$\mu^{-} \rightarrow \nu_{\mu} + e^{-} + \bar{\nu}_e \quad (8)$$

$$\mu^{+} \rightarrow \bar{\nu}_{\mu} + e^{+} + \nu_e \quad (9)$$

<sup>3</sup> Nährelemente sind chemische Elemente, die für Pflanzen unentbehrlich sind. Pflanzen brauchen Makronährelemente in größeren Mengen als Mikronährelemente [B6].

Wenn man nun den Teilchenschauer in der Atmosphäre als Gesamtheit betrachtet, stellt man fest, dass in der Atmosphäre doppelt so viele Myon-Neutrinos bzw. ihre Antiteilchen entstehen wie Elektron-Neutrinos. Die bei Teilchenschauern in der Atmosphäre entstehenden Neutrinos nennt man atmosphärische Neutrinos. Die Neutrino-Oszillation, die aus den Myon-Neutrinos der Atmosphäre folgt, wird im folgenden Text als atmosphärische Neutrino-Oszillation bezeichnet. (Die Neutrino-Oszillation wird in Abschnitt 3.3 näher erläutert.)

### 3.1.3 Künstliche Neutrinoquellen

Unter künstlichen Neutrinoquellen versteht man vom Menschen in Gang gesetzte Prozesse, bei denen Neutrinos entstehen.

Zu den bereits erwähnten künstlichen Quellen für Neutrinos zählen medizinische Verfahren, Teilchenbeschleuniger, Kernreaktoren und Nuklearbomben.

Die Phänomene in Kernreaktoren und Nuklearbomben beruhen auf dem Prozess der so genannten Kettenreaktion. Bei der Kettenreaktion kommt es zu Kernspaltungen, die durch Neutronen induziert werden. Es entstehen Spaltfragmente und Neutronen, die weitere Kernspaltungen auslösen. Die Spaltfragmente weisen meistens einen Neutronenüberschuss auf, der durch  $\beta^-$ -Zerfälle abgebaut wird. Dabei entstehen Neutrinos [I23].

Eine Besonderheit stellt in diesem Zusammenhang die Positronenemissionstomographie dar. Hier werden auch, wie in der Nuklearmedizin üblich, radioaktive Substanzen verwendet. Doch bei diesem Tomographen werden Radionuklide wie zum Beispiel  $^{11}\text{C}$  benutzt, die beim Zerfall Positronen abgeben. Das heißt, es findet hier ein  $\beta^+$ -Zerfall statt [I22]:



Eine weitere künstliche Quelle sind Teilchenbeschleuniger. Hier beschleunigt man geladene Teilchen wie Elektronen, Protonen oder ganze Atomkerne mit Hilfe elektrischer und magnetischer Felder auf sehr hohe Energien und lässt sie aufeinander prallen, um künstliche Teilchenschauer zu erzeugen und damit die Wechselwirkungen von Elementarteilchen zu studieren. Dabei lassen sich unter anderem Myon-Neutrino-Strahlen über Pionen-Zerfälle erzeugen. Diese Neutrino-Strahlen können dann über Detektoren untersucht werden [I24].

## 3.2 Erforschung der Neutrinos

Bei der Erforschung der Neutrinos stieß man auf das Problem, dass sie nur äußerst selten in Wechselwirkung mit anderen Teilchen treten. Trotzdem gelang es einige Messmethoden zu entwickeln. Zwei außergewöhnliche Messmethoden sollen im Folgenden beschrieben werden.

### 3.2.1 Homestake

Quelle: [I13][I14][G3]

Anfang der 1960er Jahre wurde das Homestake-Experiment in einer Goldmine in South Dakota, USA, gestartet. Das Ziel des Experiments war es Sonnenneutrinos nachzuweisen. Dabei wurde ein Tank mit Tetrachlorethen 1500 m unter der Erdoberfläche platziert. Der Grund für die Auswahl dieses Ortes war, dass der Tank durch die Erdmassen von den meisten anderen kosmischen Teilchen, die bei den Messungen Störungen hervorrufen könnten, abgeschirmt wurde. Für das Experiment war das Chlor-Isotop  $^{37}\text{Cl}$  von Bedeutung, denn nur dieses Isotop kann die Neutrino-Nachweisreaktion eingehen. Es kommt zu 24,23 % im natürlichen Isotopengemisch des Elements Chlor vor.

Das Prinzip des Experimentes war, dass  $^{37}\text{Cl}$ -Atome mit Elektron-Neutrinos wechselwirken und Chlor sich in Argon unter Abgabe von Elektronen verwandelt:



Das entstehende Elektron kann von dem Argon-Ion nicht wieder eingefangen werden, da es zu schnell ist.  $^{37}\text{Ar}$  ist jedoch nicht stabil. Es hat eine Halbwertszeit von circa 35 Tagen und zerfällt bei Elektroneneinfang. Dabei verwandeln sich ein Proton und ein Elektron in ein Neutron und Elektron-Neutrino. Der Kernrückstoß löst ein weiteres Elektron aus der Hülle und es entsteht ein  $^{37}\text{Cl}$ -Ion, ein Elektron und ein Elektron-Neutrino:



In dem Tank des Homestake-Experiments waren 615 t Tetrachlorethen. Daraus ließ sich er rechnen, dass schätzungsweise 2 Argon-Teilchen pro Tag entstehen würden. Unter Berücksichtigung der Zerfallsrate des Argons ließ sich die Anzahl der vorhandenen Argon-Teilchen nach einer bestimmten Zeit kalkulieren. Nach 60 bis 70 Tagen wurden die Argon-Teilchen aus dem Tank durch komplizierte chemische Verfahren herausgefiltert und ihre Anzahl abgeschätzt. Das Ergebnis des Experiments war zu dieser Zeit noch verwirrend. Man fand nur ungefähr ein Drittel der erwarteten Argon-Teilchen. Die vorhergesagte Neutrinorate und die chemischen Verfahren wurden überprüft und verfeinert, doch das Ergebnis änderte sich nicht. Diese niedrigere Rate ließ sich später mit der Neutrino-Oszillation erklären.

### 3.2.2 Super-Kamiokande

Quelle: [B2][I15]

Kamiokande steht für „Kamioka Nucleon Decay Experiment“ und ist eine Forschungseinrichtung in der Nähe der japanischen Gemeinde Kamioka (heute Hida). Im Jahr 1983 ging die Anlage in Betrieb. Sie war ursprünglich gebaut worden, um den Zerfall von Protonen nachzuweisen. Dieser wurde jedoch nie beobachtet. Später wurde Kamiokande weiter ausgebaut und heißt heute Super-Kamiokande.

Das Kernstück dieses Experimentes ist ein zylindrischer Wasserbehälter mit 50.000 t ultrareinem Wasser. Er liegt in 1.000 m Tiefe, in einem Zink- und Bleibergwerk, um ihn vor anderer Strahlung zu schützen. Der Tank ist umgeben von 12.000 Photomultiplier-Röhren, mit Hilfe derer man Licht messen kann.

Wenn nun ein Neutrino in dem Tank mit einem Kern  $A$  wechselwirkt, entsteht ein anderer Kern  $B$  und der elektromagnetisch geladene Partner des Neutrinos. Bei diesem Partner handelt es sich entweder um ein Elektron, ein Myon oder ein Tauon.



Bei der Wechselwirkung erhält der Partner eine hohe kinetische Energie. Da er eine geringe Masse hat, ist seine Geschwindigkeit sehr hoch, er breitet sich schneller als das Licht im Wasser aus.

Wenn nun ein Elektron, Myon oder Tauon im Wasser eine höhere Geschwindigkeit als Licht hat, führt das zu dem so genannten Tscherenkow-Effekt. Wenn elektromagnetisch geladene Teilchen in ein Medium eintreten, dann kommt es zur Polarisierung der umliegenden Atome. Durch die Polarisierung werden elektromagnetische Strahlen ausgesandt. Falls das Teilchen, das diesen Effekt hervorrief, langsamer als das Licht in dem Medium ist, dann sind die elektromagnetischen Wellen destruktiv. Wenn aber das Teilchen schneller als das Licht im Medium ist, dann werden die elektromagnetischen Wellen schneller erzeugt, als sie sich auslösen können. Ihre Frequenz liegt im sichtbaren Bereich, das heißt, man kann Licht sehen.

Im Tank von Super-Kamiokande wird dieses so genannte Tscherenkow-Licht jedoch mit den Photomultiplier-Röhren gemessen und ausgewertet.

Mit Super-Kamiokande ist ein großer Fortschritt gelungen, denn es können unter bestimmten Bedingungen die einzelnen Neutrino-Arten unterschieden und ihre Bewegungsrichtung bestimmt werden.

### 3.3 Eigenschaften der Neutrinos

Quelle: [G1]

Das Wort Neutrino stammt aus dem Italienischen und bedeutet so viel wie „Kleines Neutrales“. Neutrinos haben keine elektromagnetische Ladung. Sie besitzen jedoch eine schwache Ladung, die bei allen „Neutrino-Arten“ gleich ist. Die verschiedenen „Arten“ nennt man auch Flavours. Sie unterscheiden sich durch die Flavourquantenzahl, die man messen kann. Diese sagt aus, dass bei Wechselwirkung mit einem Kern  $A$  ein Elektron-Neutrino ein Elektron erzeugt, ein Myon-Neutrino ein Myon und ein Tau-Neutrino ein Tauon. Dabei finden Kernumwandlungen statt. Aus Kern  $A$  wird Kern  $B$ :

$$\nu_e + A \rightarrow e^- + B \quad (12)$$

$$\nu_\mu + A \rightarrow \mu^- + B \quad (13)$$

$$\nu_\tau + A \rightarrow \tau^- + B \quad (14)$$

Die Flavours haben keine definierten Massen und keine definierte Lebensdauer. Ein reiner Flavourzustand ist eine quantenmechanische Überlagerung dreier Massezustände. Diese Massezustände kann man versuchen sich als Schwingungen mit jeweils unterschiedlichen Frequenzen vorzustellen. Die Überlagerung der Massezustände wäre demnach eine Schwebung dieser Schwingungen. Die drei Massezustände bezeichnet man mit  $m_1, m_2, m_3$ . Aus quantenmechanischer Sicht sind dabei die Quadrate der Massen und vor allem die Differenzen zwischen den quadrierten Massezuständen von Bedeutung. Diese bezeichnet man einfach als Massendifferenzen. Sie werden durch folgende Symbolik beschrieben:

$$\Delta m_{21}^2 = m_2^2 - m_1^2 \quad (15)$$

$$\Delta m_{31}^2 = m_3^2 - m_1^2 \quad (16)$$

$$\Delta m_{32}^2 = m_3^2 - m_2^2 \quad (17)$$

Mit Hilfe von zwei Massendifferenzen lässt sich auf die dritte Massendifferenz schließen:

$$\Delta m_{31}^2 - \Delta m_{21}^2 = (m_3^2 - m_1^2) - (m_2^2 - m_1^2) = m_3^2 - m_2^2 = \Delta m_{32}^2 \quad (18)$$

Die bisherigen Erkenntnisse über Neutrinos können über komplizierte Formeln und Gleichungen beschrieben werden. Eine bereits vereinfachte Variante ist folgende:

$$P(\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu) \approx 1 - \cos^2 \theta_{13} \sin^2 2\theta_{23} \sin^2 \Delta + 2\alpha \cos^2 \theta_{13} \cos^2 \theta_{12} \sin^2 2\theta_{23} \Delta \cos \Delta \quad (19)$$

Sie drückt die Wahrscheinlichkeit aus, ein Myon-Neutrino nach einer bestimmten Entfernung von der Quelle zu finden. Die Quelle sind hier ebenfalls Myon-Neutrinos. Das heißt, die Formel beschreibt die Oszillation von Myon-Neutrinos wie sie in der Atmosphäre oder in Teilchenbeschleunigern entstehen. Hinter den einzelnen Variablen verbergen sich nachfolgende Terme:

Bei  $\alpha$  handelt es sich um einen von zwei Parametern einer Potenzreihenentwicklung, die jedoch nicht weiter erläutert werden soll, da das Verständnis der Formel für die Arbeit in den Hintergrund rückt.

$$\alpha = \frac{\Delta m_{21}^2}{\Delta m_{31}^2} \quad (20)$$

Mit dem einzelnen Symbol  $\Delta$  wird folgender Term beschrieben:

$$\Delta = \frac{\Delta m_{31}^2 L}{4E} \quad (21)$$

$L$  ist der Abstand von der Quelle,  $E$  ist die Energie der Neutrinos der Quelle. Die Winkel  $\theta_{12}, \theta_{13}, \theta_{23}$  heißen Mischungswinkel und beschreiben, wie stark sich Neutrinos ineinander umwandeln. Wie groß diese Winkel genau sind, ist bisher noch unklar.  $\theta_{12}$  und  $\theta_{23}$  konnten mit einer Genauigkeit von drei Grad gemessen werden. Ihre Größen sind in etwa  $\theta_{12} = 35^\circ$  und  $\theta_{23} = 45^\circ$ .  $\theta_{13}$  ist noch unbekannt, kann aber den Messungen zufolge nur im Bereich von  $0^\circ$  bis  $12^\circ$  liegen.

Das ebenfalls vor kurzem gemessene Verhältnis der Massendifferenzen

$$\frac{\Delta m_{21}^2}{\Delta m_{32}^2} = \frac{1}{30} \quad (22)$$

wird nachfolgend oft auch als „Schwebungsfaktor 30“ bezeichnet, weil dieses Verhältnis 1:30 aussagt, dass bei Oszillation von Myon-Neutrinos 30-mal so viele Tau-Neutrino-Perioden vergehen wie Elektron-Neutrino-Perioden, beziehungsweise dass bei Oszillation von Tau-Neutrinos 30-mal so viele Myon-Neutrino-Perioden vergehen wie Elektron-Neutrino-Perioden. Die oben erwähnten Winkelgrößen für  $\theta_{12}, \theta_{13}, \theta_{23}$  und das Verhältnis der Massendifferenzen von 1:30 werden nachfolgend auch als Literaturwerte bezeichnet, wobei man der Einfachheit halber  $\theta_{13}$  gleich Null setzt [G5].

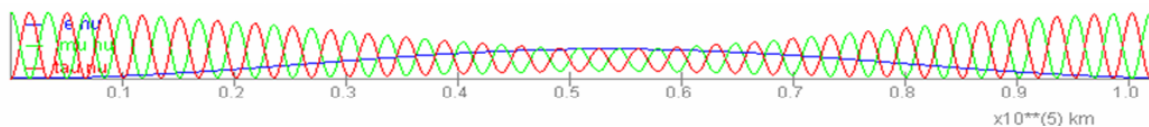
**Tabelle 2: Die Übersicht zeigt das Verhältnis der Massendifferenzen und grobe Werte für die Mischungswinkel der Neutrino-Oszillation. Sie werden als Literaturwerte bezeichnet.**

$\frac{\Delta m_{21}^2}{\Delta m_{32}^2}$	$\frac{1}{30}$
$\theta_{12}$	$35^\circ = 0,61 \text{ rad}$
$\theta_{13}$	$\approx 0^\circ$
$\theta_{23}$	$45^\circ = 0,7854 \text{ rad}$

Eine Gleichung, die die Sonnenneutrino-Oszillation näherungsweise beschreibt, ist noch weitaus komplizierter und komplexer und wird hier deswegen nicht diskutiert.

Um Neutrinos und ihre Oszillation untersuchen zu können, müsste man mit sehr komplexen Formeln und Gleichungen arbeiten. Dies würde sich sehr schwierig gestalten, da die mathematischen und physikalischen Hintergründe den Umfang und den Anspruch dieser Arbeit übersteigen. Eine Lösung für das Problem dieser schwierigen Formeln stellt ein frei verfügbares Java-Internet-Applet dar. Dieses Applet hat als Grundlage eine vergleichbare Formel und stellt die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten der verschiedenen Neutrino-Flavours in Abhängigkeit der Entfernung von der Quelle dar. Es steht auf der Website der Brookhaven National Laboratories, USA unter der im Quellenverzeichnis angegebenen Adresse [I25] frei zur Verfügung. Hier kann man zum Beispiel verschiedene  $\theta_{12}, \theta_{13}, \theta_{23}$  und ihre Auswirkungen simulieren. Genauso kann man das Verhältnis der Massendifferenzen und die Gesamtenergie der Neutrinos einstellen und anschließend beobachten, wie sich dadurch die Neutrino-Oszillation verändert.

Als Einführung in das Java-Applet und seinen Nutzen soll hier die Neutrino-Oszillation eines Myon-Neutrinos mit Parametern (Literaturwerte) nach Tabelle 2 gezeigt werden (Abbildung 1).



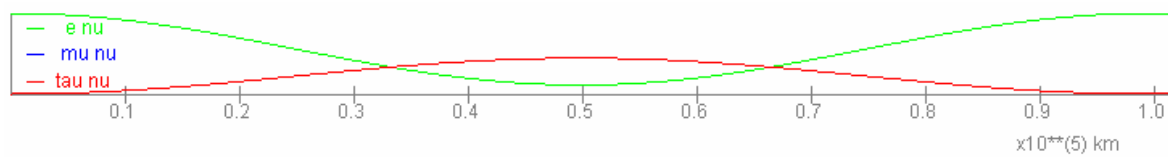
**Abbildung 1: Die atmosphärische Neutrino-Oszillation wird dargestellt. Auf der y-Achse ist die Wahrscheinlichkeit für die Messung des jeweiligen Neutrino-Flavours, auf der x-Achse der Abstand von der Quelle zu sehen.**

In allen Java-Applet-Bildern wird auf der x-Achse der Abstand von der Quelle und auf der y-Achse die Wahrscheinlichkeit für die Messung des jeweiligen Flavours aufgetragen. Der Abstand auf der x-Achse wird in  $10^5 \text{ km}$  angegeben.

Welche Farbe welches Neutrino darstellt, steht in der Grafik am Anfang der Oszillation. Hier steht „e nu“ für Elektron-Neutrino, „mu nu“ für Myon-Neutrino und „tau nu“ für Tau-Neutrino. Das Tau-Neutrino wird immer rot dargestellt. Welche Farbe das Myon- und das Elektron-Neutrino hat, hängt von der Art der Oszillation ab. In der atmosphärischen Neutrino-Oszillation hat das Myon-Neutrino den grünen Graphen und das Elektron-Neutrino den blauen Graphen. In diesem Beispiel handelt es sich um eine atmosphärische Neutrino-Oszillation. In der Sonnenneutrino-Oszillation sind diese Farben vertauscht. Das Myon-Neutrino wird blau dargestellt und das Elektron-Neutrino grün. Diese Farbgebung ist durch die Programmierung des Applets vorgegeben und kann nicht beeinflusst werden.

Dass es sich in Abbildung 1 um die atmosphärische Neutrino-Oszillation handelt, wird beim Abstand 0 deutlich. Elektron- und Tau-Neutrino haben die Wahrscheinlichkeit 0, die Wahrscheinlichkeit für die Messung eines Myon-Neutrinos ist maximal, also 100 % beziehungsweise 1. Da für die atmosphärische Neutrino-Oszillation im Text zur Vereinfachung angenommen wird, dass nur Myon-Neutrinos entstehen, ist die Wahrscheinlichkeit für die Messungen eines Myon-Neutrinos an der Quelle 100 %. Aus der Abbildung lässt sich weiterhin ablesen, wie die Oszillation verläuft. Da diese Umwandlungen periodisch ablaufen, kann man von Frequenzen, Schwingungen, Perioden und Periodendauern sprechen. Man kann aus der Abbildung ablesen, dass nach einer Periode der Elektron-Neutrino-Schwingung dreißig Tau- und Myon-Neutrino-Perioden vergangen sind. Außerdem kann man zum Beispiel ablesen, dass nach einer halben Elektron-Neutrino-Periode die Wahrscheinlichkeit für die Messung eines Elektron-Neutrinos genauso groß ist wie für ein Tau-Neutrino.

Als zweites Beispiel wird die Sonnenneutrino-Oszillation im Java-Applet veranschaulicht (Abbildung 2).



**Abbildung 2: In den Java-Applet-Bildern der Sonnenneutrino-Oszillation tritt im Vergleich zur vorherigen Abbildung der atmosphärischen Neutrino-Oszillation ein Farbvertauschung auf.**

Die oben erwähnte Farbvertauschung ist in der Abbildung am Anfang der Oszillation zu sehen. Dass es sich in dieser Abbildung um eine Veranschaulichung der Sonnenneutrino-Oszillation handelt, ist daran zu erkennen, dass die Wahrscheinlichkeit für die Messung eines Elektron-Neutrinos zum Abstand 0 (an der Quelle) 1 beträgt. Bei der Sonnenneutrino-Oszillation sind die in der Sonne entstehenden Elektron-Neutrinos der Initiator und deswegen mit 100 %iger Wahrscheinlichkeit zu finden.

Die Abbildung lässt sich so deuten, dass sich ein Elektron-Neutrino mit gleicher Wahrscheinlichkeit in ein Tau- und ein Myon-Neutrino umwandelt. Deshalb liegen die Graphen des Tau-Neutrinos (rot) und des Myon-Neutrinos (blau) übereinander. Außerdem ist zu bemerken, dass die Wahrscheinlichkeit ein Elektron-Neutrino zu messen, nie ganz auf Null absinkt. Die Perioden für die Wahrscheinlichkeiten der Messung des jeweiligen Neutrino-Flavours sind gleich lang, jedoch sind Tau- und Myon-Neutrino-Periode im Vergleich zur Elektron-Neutrino-Periode um eine halbe Periode versetzt. Das heißt, wenn Tau- und Myon-Neutrino die maximale Wahrscheinlichkeit ihrer Messung haben, ist die Wahrscheinlichkeit für die Messung eines Elektron-Neutrinos minimal. Außerdem wird deutlich, dass das Verhältnis der Massendifferenzen von 1 zu 30 auf die Sonnenneutrino-Oszillation praktisch keinen relevanten Einfluss hat.

Der Abstand des Neutrinos von der Quelle kann auch qualitativ als die bei der Oszillation und der Bewegung durch den Raum vergehende Zeit gedeutet werden. Der Abstand beziehungsweise die Zeit sind hier als relative Größen zu sehen, da bei den meisten Betrachtungen im Verlauf des Texts das Verhältnis von Periodenlängen die entscheidende Rolle spielt.

Werden im folgenden Text zu den Bildern des Java-Applets keine gesonderten Größen für die Mischungswinkel angegeben, so ist davon auszugehen, dass die Literaturwerte in das Java-Applet eingesetzt wurden.

## 4 Gekoppelte Pendel – ein Modell für die Neutrino-Oszillation

### 4.1 Harmonische Schwingungen und Pendel

Quelle: [G6][I19]

Eine mechanische Schwingung ist eine zeitlich periodische Bewegung eines Körpers um seine Gewichtslage. In der Mechanik treten Schwingungen immer dann auf, wenn eine Masse durch eine rücktreibende Kraft  $F_r$  in eine Ruhelage ( $x = 0$ ) gedrängt wird. Ist die rücktreibende Kraft proportional zur Auslenkung  $x$ , dann spricht man von einer harmonischen Schwingung:

$$F_r = -kx \quad (23)$$

Ein typisches Beispiel für ein solches System ist eine an einer Feder befestigte Masse, der Federschwinger. Der Faktor  $k$  heißt deshalb auch Federkonstante.

Die Schwingungsdauer  $T$ , die Schwingungsfrequenz  $f$  und die Kreisfrequenz  $\omega$  sind miteinander durch die Gleichungen

$$f = \omega / 2\pi \text{ und } T = 2\pi / \omega \quad (24)$$

verbunden.

Der Zeitverlauf einer harmonischen Schwingung wird durch eine Sinusfunktion beschrieben. Die Amplitude  $A$  beschreibt die maximale Auslenkung, der Phasenwinkel  $\varphi$  die Auslenkung zur Zeit  $t = 0$ :

$$x(t) = A \cdot \sin(\omega t + \varphi) \quad (25)$$

Man kann sich leicht überzeugen, dass dieser Bewegungsablauf unter bestimmten Bedingungen das dritte Newtonsche Gesetz

$$F = m\ddot{x} \quad (26)$$

erfüllt <sup>(4)</sup>. Durch Einsetzen von Gleichung 23 und 25 in Gleichung 26 erhält man nun:

$$\begin{aligned} -k \cdot x &= m \cdot \frac{d^2}{dt^2} x \\ -k \cdot [A \cdot \sin(\omega t + \varphi)] &= m \cdot \frac{d^2}{dt^2} [A \cdot \sin(\omega t + \varphi)] \\ -k \cdot [A \cdot \sin(\omega t + \varphi)] &= m \cdot A \cdot [-\omega^2 \cdot \sin(\omega t + \varphi)] \end{aligned} \quad (27)$$

---

<sup>4</sup>  $\ddot{x}$  bezeichnet die zweite Ableitung von  $x$  nach der Zeit:  $\ddot{x} = \frac{d^2 x}{dt^2}$

Daraus folgt

$$-k = -m \cdot \omega^2 \text{ oder } \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (28)$$

Das dritte Newtonsche Gesetz, die Bewegungsgleichung für den Federschwinger, ist also erfüllt, wenn die Kreisfrequenz  $\omega$  der Gleichung 28 genügt. Diese Frequenz ist die Eigenfrequenz des Federschwingers. Wird die Masse einmal angestoßen, dann schwingt sie nach Gleichung 25 mit der Frequenz  $\omega$  um die Ruhelage  $x = 0$ .

Das so genannte ideale oder mathematische Pendel liefert ein weiteres Beispiel für eine harmonische Schwingung. Es ist ein idealisiertes Modell für ein reales (physikalisches) Pendel. Hängt man eine Masse  $m$  an einem Faden oder einem dünnen Stab auf und lenkt sie um einen Winkel  $\varphi$  von der Ruhelage aus, dann treibt die tangentielle Komponente

$$F_T = F_G \cdot \sin \varphi \quad (29)$$

der Gewichtskraft

$$F_G = m \cdot g \quad (30)$$

das Pendel in die Ausgangslage zurück (siehe Abbildung 3). Bei sehr kleinen Auslenkungen  $x = l \cdot \varphi$  gilt  $\sin \varphi \approx \varphi$ , und man erhält für die rücktreibende Kraft näherungsweise

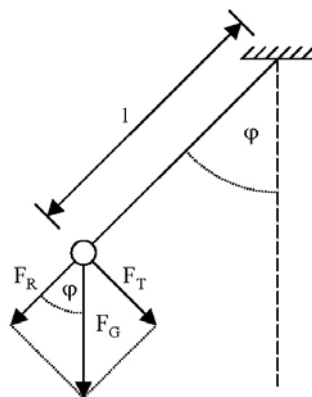
$$F_r = -F_T = -F_G \cdot \varphi = -F_G \cdot \frac{x}{l} = -m \cdot g \cdot \frac{x}{l} \quad (31)$$

Wie in Gleichung 23 ist die rücktreibende Kraft proportional zu  $x$ . Ein Vergleich beider Formeln ergibt eine „Federkonstante“

$$k = \frac{m \cdot g}{l} \quad (32)$$

und demzufolge eine Schwingungsfrequenz von

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{g}{l}} \quad (33)$$



**Abbildung 3: Mathematisches Pendel mit den Komponenten der wirkenden Gewichtskraft. Quelle: aus [I21]**

In der Realität gibt es auf Grund vieler Faktoren keine wirklich harmonische Schwingung. Durch Reibung wird die Schwingung verfälscht und gedämpft. Bei Fadenpendeln betrachtet man üblicherweise den Abstand des Pendels von der Ruheposition als Auslenkung und nicht das Bogenmaß. Außerdem ist die lineare Abhängigkeit der rücktreibenden Kraft von der Auslenkung nur eine Näherung. Auch bei Federschwingern ist die Kraft nur in einem bestimmten Bereich der Dehnung proportional zur Auslenkung.

Die Auslenkung mechanischer Pendel ist aber näherungsweise recht gut durch eine harmonische Schwingung zu beschreiben. Deshalb wird bei Betrachtungen im weiteren Text meist dieser Begriff verwendet.

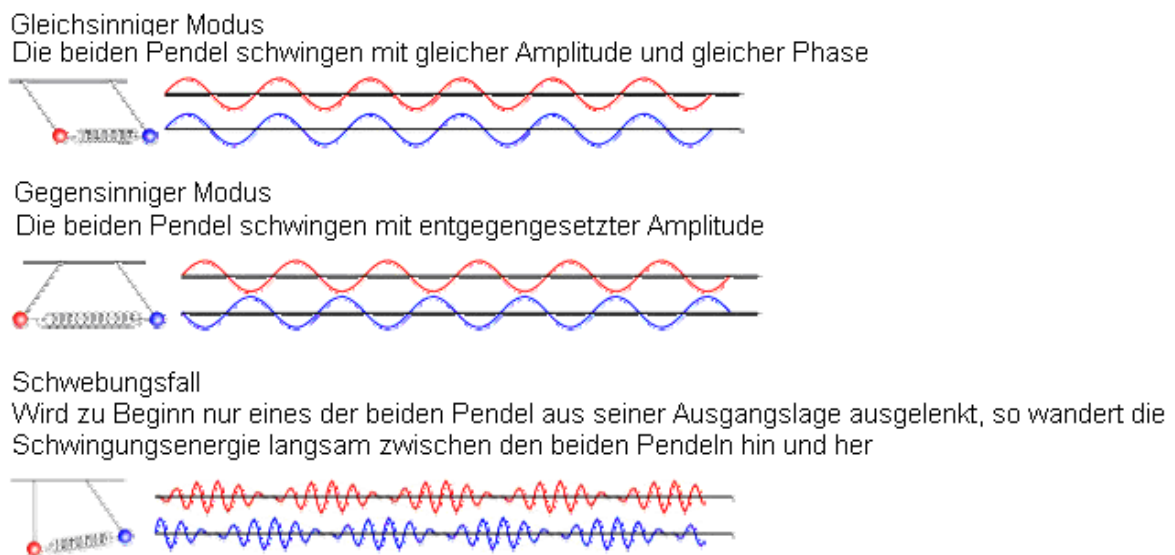
## 4.2 Gekoppelte Pendel

Quelle: [G6][I20]

Unter gekoppelten Pendeln versteht man zwei oder mehrere Pendel, die mechanisch miteinander verbunden sind. Durch die Kopplung kommt es zu komplizierten Bewegungsabläufen.

Der einfachste Fall von gekoppelten Pendeln sind zwei ideale (mathematische) Pendel gleicher Masse und Länge, die durch eine Feder der Federkonstanten  $k$  miteinander verbunden sind.

Ein solches System besitzt zwei Eigenmoden. Darunter versteht man Schwingungszustände, bei denen sich die Schwingungsamplituden beider Pendel nicht verändern. Sie sind in Abbildung 4 schematisch dargestellt.



**Abbildung 4: Gleichsinniger und gegensinniger Eigenmodus zweier gekoppelter Pendel. Ihre „Mischung“ wird als Schwebung bezeichnet. Quelle: aus [I20]**

Im ersten Eigenmodus, der gleichsinnigen Schwingung, wird die Koppelfeder nicht beansprucht, sie trägt nicht zur rücktreibenden Kraft bei. Beide Pendel schwingen so, als ob es die Kopplung nicht gäbe. Die Frequenz ist deshalb allein durch Gleichung 33 bestimmt:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \quad (33)$$

Im zweiten Eigenmodus schwingen beide Pendel gegeneinander. Dabei wird die Koppelfeder beansprucht. Die Mitte der Feder bleibt wegen der Symmetrie der Bewegung in Ruhe.

Deshalb kann man die Bewegung so betrachten, als ob die Feder in der Mitte fest eingespannt wäre. Für das einzelne Pendel ergibt sich die rücktreibende Kraft als Summe aus der Tangentialkomponenten der Gewichtskraft (Gleichung 31) und der Federkraft der Koppelfeder:

$$F_r = -\frac{m \cdot g \cdot x}{l} - k \cdot x = -\left(\frac{mg}{l} + k\right) \cdot x \quad (34)$$

Die Bewegung erfolgt so, als ob eine Feder mit der effektiven Federkonstanten

$$k_2 = \frac{mg}{l} + k \quad (35)$$

wirken würde. Damit erhält man als Schwingungsfrequenz

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{g}{l} + \frac{k}{m}} \quad (36)$$

Aus Gleichung 33 und 36 folgt

$$\omega_2^2 - \omega_1^2 = \frac{k}{m} \quad (37)$$

Die Federkonstante der Kopplungsfeder bestimmt also, wie groß der Unterschied zwischen den Quadraten der Schwingungsfrequenzen beider Eigenmoden ist. Dabei ist es unwichtig, mit welcher Frequenz die Pendel ohne Kopplung schwingen würden.

Im allgemeinen Fall der Bewegung kommt es zur so genannten Schwebung. Diese kann man provozieren, wenn man eines der Pendel am Anfang festhält und das andere anstößt (Abbildung 4). Dabei wandert die Schwingungsenergie langsam zwischen beiden Pendeln hin und her. Dieser Vorgang hat Ähnlichkeit mit der Überlagerung von Schallwellen, die eine leicht unterschiedliche Frequenz haben.

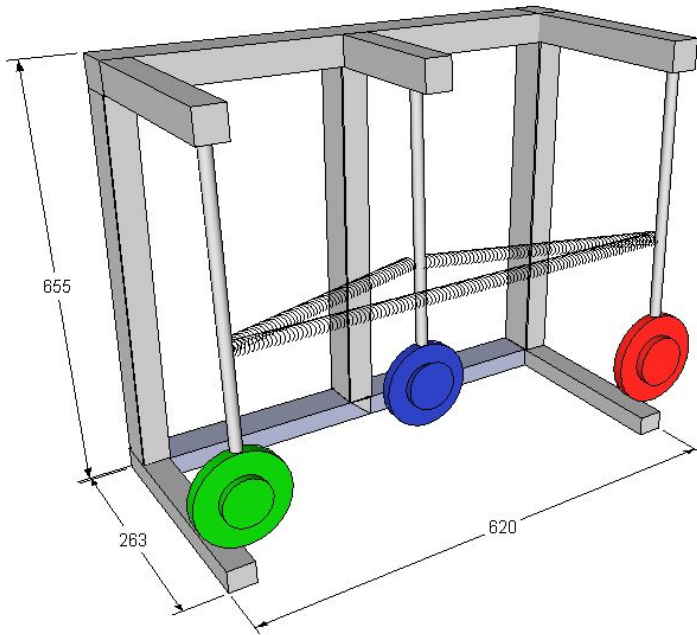
Eine genauere mathematische Beschreibung gekoppelter Pendel ist in [I20] zu finden.

### 4.3 Gekoppelte Pendel als Neutrino-Modell

Zwischen der Bewegung gekoppelter Pendel und der mathematischen Beschreibung der Neutrino-Oszillationen gibt es Analogien, die zu der Idee führten, drei gekoppelte Pendel als Modell für Neutrino-Oszillationen zu verwenden [G1].

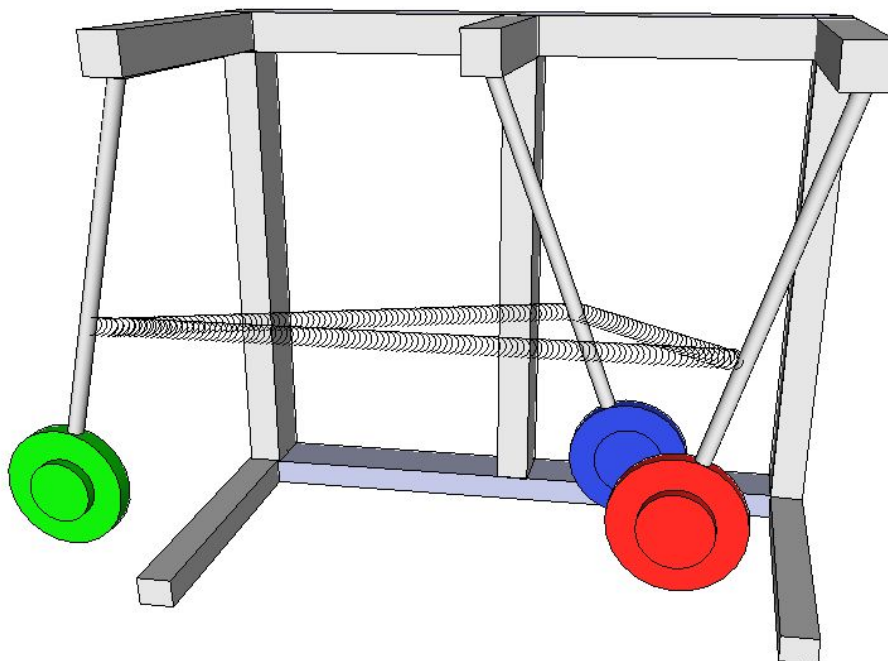
Das von M. Kobel initiierte und für das Institut aufgebaute Modell besteht aus drei massiven Metallscheiben, die die gleiche Masse besitzen. Sie sind jeweils an einer massiven Stange befestigt und führen ungekoppelt vergleichbare Bewegungen wie ein Fadenpendel aus, das heißt, man kann sie getrennt von einander wie separate Pendel betrachten. Eine Gestängekonstruktion verbindet die Kugellageraufhängungen der drei einzelnen Pendel. Die Kopplung eines Pendels zu den anderen erfolgt über an so genannten Reitern befestigten Zugfedern. Die Reiter der Federn sind für jedes Pendel und jede Feder einzeln höhenverstellbar.

Abbildung 5 zeigt das Pendel skizzenhaft mit den wichtigsten Maßen in mm.



**Abbildung 5: Skizze der drei gekoppelten Pendel. Die Pendel sind farbig markiert und über drei Federn miteinander verbunden.**

Bei drei gekoppelten Pendeln gibt es auch die beiden für zwei Pendel beschriebenen Eigenmoden. Beim gleichsinnigen Modus schwingen alle drei Pendel synchron, beim gegensinnigen Modus bewegt sich das Pendel in der Mitte nicht. Drei Pendel weisen aber noch einen dritten Eigenmodus auf, bei dem die äußeren Pendel synchron schwingen und das mittlere Pendel gegensinnig zu den anderen beiden schwingt. Abbildung 6 verdeutlicht diesen Modus:



**Abbildung 6: Die Skizze zeigt die Ausgangslage des dritten Eigenmodus der Pendel.**

Voraussetzung dafür ist allerdings, dass die hinteren (kürzeren) Federn gleiche Federkonstanten aufweisen. Sonst würde unter anderem bei dem gegensinnigen (zweiten) Eigenmodus das mittlere Pendel ebenfalls anfangen zu schwingen und damit seine Amplitude verändern.

In dieser Anordnung symbolisiert das grüne Pendel Myon-Neutrinos, das blaue Pendel Elektron-Neutrinos und das rote Pendel Tau-Neutrinos. Die Pendel werden deswegen im weiteren Verlauf auch als Myon-Pendel, Elektron-Pendel und Tau-Pendel bezeichnet. Die Eigenmodenfrequenzen  $\omega_1, \omega_2, \omega_3$  („Eigenfrequenzen“) der Pendel veranschaulichen die reinen Massezustände  $m_1, m_2, m_3$  der Neutrinos. Die gekoppelte Schwingung der Pendel steht für die Überlagerung der Massen- und Flavourzustände, die ein reales Teilchen repräsentieren. Die Amplituden der einzelnen Pendel lassen sich mit der Wahrscheinlichkeit der Flavourzugehörigkeit in Relation setzen. Die Massendifferenzen  $\Delta m_{21}^2, \Delta m_{31}^2, \Delta m_{32}^2$  sind mit den Stärken der Kopplung verknüpft und drücken sich in den Schwebungsfrequenzen aus. Die Schwebung der gekoppelten Pendel kann als Neutrino-Oszillation gedeutet werden.

**Tabelle 3: Repräsentation der Neutrinoeigenschaften durch das Pendelmodell.**

Neutrino	Pendelmodell
Flavour ( $\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$ )	Pendel (blau, grün, rot)
Massezustand ( $m_1, m_2, m_3$ )	Eigenfrequenz ( $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ )
Wahrscheinlichkeit der Messung als $\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$	Momentante Amplitude des entsprechenden Pendels
Massendifferenzen $\Delta m_{21}^2, \Delta m_{31}^2, \Delta m_{32}^2$	Kopplungsstärken

Mit diesen Vereinbarungen (Tabelle 3) kann man das System der gekoppelten Pendel als Neutrinomodell betrachten.

Da Systeme von drei gekoppelten Pendeln in der zugänglichen Literatur aber nicht ausführlich behandelt werden und Lösungen der Bewegungsgleichungen nicht zu finden waren, mussten Experimente mit den Pendeln durchgeführt werden, um entsprechende Abhängigkeiten zu untersuchen.

## 5 Experimente

### 5.1 Zielsetzung

Ziel der Arbeit war es zu untersuchen, wie weit das Modell der drei gekoppelten Pendel die Aussagen der Neutrino-Theorie „abbilden“ kann.

Als erstes sollte das bekannte Verhältnis der Massendifferenzen verwirklicht werden:

$$\frac{\Delta m_{21}^2}{\Delta m_{32}^2} = \frac{1}{30} \quad (22)$$

Dies würde folgendem Schwebungsbild entsprechen: Beim Anstoßen des Myon-Pendels wird Schwingungsenergie an das Elektron-Pendel und das Tau-Pendel übertragen. Diese fangen an zu schwingen und übertragen Schwingungsenergie zurück an das Myon-Pendel und zu dem jeweils anderen dritten Pendel. Trägt man nun die Amplituden aller Schwingungen als Funktion der Zeit auf, erhält man die Schwebung der Pendel. Man würde nun erkennen, dass die Schwebungsperioden des Myon-Pendels und des Tau-Pendels gleich lang sind, aber um eine halbe Periode versetzt ablaufen. Außerdem wären 30 Tau-Pendel-Schwebungsperioden so lang wie eine Elektron-Pendel-Schwebungsperiode. Das heißt, das Verhältnis 1:30 der Massendifferenzen entspräche dem Verhältnis 1:30 von Elektron-Pendel-Schwebungsperiode zu Tau-Pendel-Schwebungsperiode.

Wieviel Schwebungsenergie auf andere Pendel übertragen bzw. von anderen Pendeln erhalten wird, hängt von der Kopplung ab, die sich aus den Stärken der Federn und deren Kopplungshöhe zusammensetzt.

Weiterhin sollte untersucht werden, ob auch andere Parameter der Neutrino-Theorie mit dem Modell darstellbar sind. Der Abhängigkeit der Pendelschwebung von Parametern wie Federkonstanten und Kopplungshöhen sollten am Ende Parameter der Neutrinos zugeordnet werden können. Insbesondere sollte versucht werden die drei Mischungswinkel  $\theta_{12}, \theta_{13}, \theta_{23}$  Parametern und Einstellungen des Pendels zuzuordnen (für nähere Erläuterungen zu Mischungswinkeln siehe Abschnitt 5.4).

Abbildung 7 zeigt ein Schema des verwendeten Versuchsaufbaus.

Um die Anzahl der unbekannt Parameter zu verkleinern und damit einen besseren Vergleich zu ermöglichen, wurden beim Durchführen der Experimente folgende Festlegungen getroffen:

- Es werden immer die gleichen Federn („Standardfedern“) zwischen den gleichen Pendeln verwendet. Die Feder zwischen Myon- und Tau-Pendel ist also immer die gleiche, genauso wie die Feder zwischen Myon- und Elektron-Pendel. Jedoch sind die beiden Federn unterschiedlich voneinander.
- Bei weiteren Untersuchungen wird versucht nur jeweils einen Parameter zu verändern, um herauszufinden, was dieser in der Schwebung bewirkt.

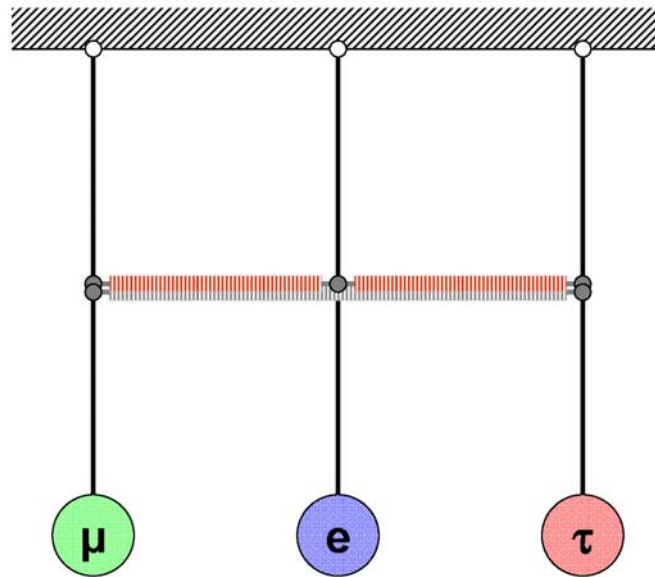


Abbildung 7: Schema des Pendelmodells. Die Pendel sind farbig markiert und einem Neutrino-Flavour zugeordnet. Drei Federn koppeln die Pendel.

## 5.2 Messapparatur

### 5.2.1 Prinzipieller Versuchsaufbau

Im Institut für Kern- und Teilchenphysik der Technischen Universität Dresden wurde für die Untersuchung des „Neutrino-Pendels“ ein Arbeitsplatz geschaffen. Die Versuchsanordnung bestand im Wesentlichen aus dem Pendel selbst, einem digitalen Oszilloskop und einem Laptop zur Datenerfassung und –auswertung (Abbildung 8).



Abbildung 8: Die Messapparatur im Institut für Kern- und Teilchenphysik der TU Dresden bestand aus Oszilloskop, Pendel und Laptop (von links nach rechts).

Die Pendel wurden mit dem Symbol des Neutrinos, das sie darstellen, beschriftet. Das linke, grüne Pendel wird als Myon-Pendel, das mittlere, blaue Pendel als Elektron-Pendel und das rechte, rote Pendel als Tau-Pendel bezeichnet.

Da in der Sonne Elektron-Neutrinos erzeugt werden und diese Neutrinos als Initiator für die Neutrino-Oszillation fungieren, wird eine Sonnenneutrino-Oszillation am Pendel durch das Anstoßen des Elektron-Pendels simuliert.

Ähnlich verhält es sich mit der atmosphärischen Neutrino-Oszillation. Hier werden als Initiatoren für die Neutrino-Oszillation Myon-Neutrinos erzeugt. Um diese Oszillation am Pendel zu simulieren, wird das Myon-Pendel angestoßen.

In diesen Simulationen beobachtet man die Amplituden der Schwinger. Nach der Analogie aus Tabelle 3 sollte die zeitliche Entwicklung der Amplituden der Pendel die Neutrino-Oszillation modellhaft darstellen. Um das Verhalten der Pendel untersuchen zu können, musste eine elektronische Messdatenerfassung eingerichtet werden (siehe Abschnitt 5.2.3).

## 5.2.2 Harmonische Schwingung bei gekoppelten Pendeln

Quelle: [G4]

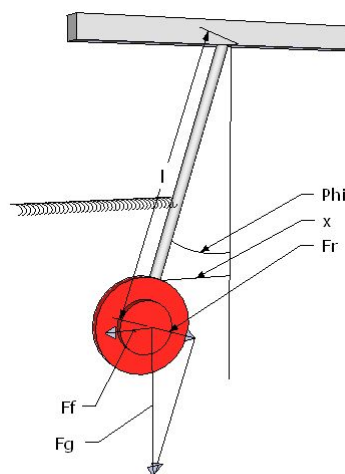
Im Anfangsstadium der Betrachtungen gekoppelter Pendel wurde bemerkt, dass die Pendel durch die Federkopplung ihre Ruheposition in einer Schräglage hatten. Der Grund war, dass die Federn nicht genauso lang waren wie der Abstand der Pendel voneinander. Deshalb wurde die Frage gestellt, ob es sich überhaupt noch um eine harmonische Schwingung handelt.

Folgende mathematisch-physikalischen Überlegungen sollen diese Frage untersuchen:

Betrachtet werden zwei Pendel, die durch eine Feder gekoppelt sind. Die Feder zieht beide Pendel leicht aus ihrer alten, ohne Feder eingenommenen Ruhelage. Berechnet wird die effektive, rücktreibende Kraft im Fall der gegensinnigen Eigenschwingung. Wenn diese proportional zur Auslenkung bezüglich der neuen, mit Feder eingenommenen Ruhelage ist, dann kann man von einer harmonischen Schwingung ausgehen.

Bei der gegensinnigen Eigenschwingung bleibt die Mitte der Feder aus Symmetriegründen in Ruhe. Wir können der Einfachheit halber annehmen, dass die Feder an dieser Stelle fest mit einer imaginären Wand verbunden ist, und müssen nur ein einziges Pendel betrachten.

Dieser Fall ist in Abbildung 9 dargestellt.



**Abbildung 9: Kräfte am schrägen Pendel. Gekennzeichnet sind die Pendellänge  $l$ , Auslenkung  $x$ , der zugehörige Winkel  $\Phi$ , sowie die Gewichtskraft  $F_g$ , die rücktreibende Kraft  $F_r$  und die Federkraft  $F_f$ .**

Die Betrachtung der ersten Näherung bedeutet, dass der Sinus eines Winkels  $\varphi$  gleich dem Winkel selbst ist. Allgemein gilt in der Physik, dass diese Behauptung bis zu einem Winkel von  $5^\circ$  relativ genau zutrifft.

$$\sin \varphi \approx \varphi \text{ für } \varphi \leq 5^\circ \quad (38)$$

Praktisch heißt das, dass die Amplitude dem Bogenmaß gleichgesetzt wird, und dass die rücktreibende Kraft  $F_r$  der Feder in ihrer Richtung genau entgegengesetzt ist. Abbildung 9 verdeutlicht, dass die Federkraft  $F_f$  in Realität jedoch nicht genau der rücktreibenden Kraft entgegengesetzt ist. Weiterhin sind in der Abbildung die Pendellänge  $l$ , die beliebige Auslenkung  $x$ , die Gewichtskraft  $F_G$  und der Auslenkungswinkel  $\varphi$  dargestellt.

Als erstes soll nun die Ruhelage bestimmt werden. Dazu wird die Vereinbarung getroffen, dass  $x_0$  die Auslenkung beschreibt, bei der die Feder nicht beansprucht wäre,  $x_1$  dagegen soll die Ruhelage des Pendels sein und  $x$  ist allgemein eine beliebige Auslenkung.

In der Ruhelage ergeben Feder- und rücktreibende Kraft addiert Null.

$$0 = \vec{F}_r + \vec{F}_f \quad (39)$$

Unter der Voraussetzung, dass die erste Näherung gilt, kann man den Betrag der rücktreibenden Kraft als Anteil der Gewichtskraft des Pendels berechnen.

$$F_r \approx F_G \cdot \sin \varphi = F_G \frac{x}{l} \quad (40)$$

Außerdem kann man die Federkraft in Abhängigkeit der Federauslenkung und der Federkonstante darstellen:

$$0 = k(x - x_0) + \frac{mg}{l} x \quad (41)$$

Damit ergibt sich für die Ruhelage des Pendels:

$$x_1 = \frac{kx_0}{k + \frac{mg}{l}} \quad (42)$$

Um allgemein jede beliebige Auslenkung  $x$  zu betrachten wird eine Substitution vorgenommen:

$$y = x - x_1 \Leftrightarrow x = y + x_1 \quad (43)$$

$y$  stellt nun ebenfalls eine beliebige Auslenkung dar, jedoch mit dem Bezugspunkt zur Ruhelage  $x_1$ .

Wenn  $y$  ungleich Null ist hat Gleichung 39 nicht mehr das Ergebnis Null, es resultiert eine wirkende Kraft  $F$ :

$$\vec{F} = \vec{F}_r + \vec{F}_f \quad (44)$$

Die beliebige Auslenkung  $x$  wird diesmal durch  $x=y+ x_1$  ersetzt,

$$\vec{F} = k(y + x_1 - x_0) + \frac{mg}{l}(y + x_1) \quad (45)$$

und umgestellt:

$$\vec{F} = \left(k + \frac{mg}{l}\right)(y + x_1) - kx_0 \quad (46)$$

$$\vec{F} = \left(k + \frac{mg}{l}\right)y + \left(k + \frac{mg}{l}\right)x_1 - kx_0 \quad (47)$$

Die Pendelruhelage  $x_1$  wurde vorher bestimmt und kann nun eingesetzt werden:

$$\vec{F} = \left(k + \frac{mg}{l}\right)y + \left(k + \frac{mg}{l}\right)\left(\frac{kx_0}{k + \frac{mg}{l}}\right) - kx_0 \quad (48)$$

Durch Kürzen und Subtraktion ergibt sich die finale Gleichung:

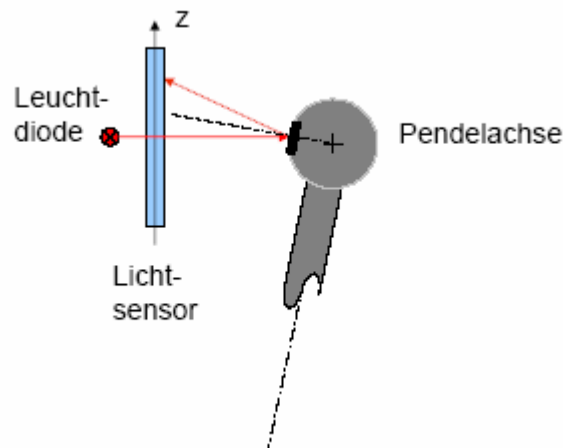
$$\vec{F} = y\left(k + \frac{mg}{l}\right) \quad (49)$$

Aus dieser Gleichung wird deutlich, dass die bei einer Auslenkung  $y$  auftretende Kraft sich proportional zu dieser verhält. Damit sind die Bedingungen für eine harmonische Schwingung erster Näherung gegeben.

### 5.2.3 Elektronische Messdatenerfassung und Auswertung

Damit die oben erwähnte Zielsetzung erfüllt werden konnte, war es notwendig die Schwebungen am Pendel aufzuzeichnen. Um die Erfassung der Schwebung der Pendel mit jeder Schwingung zu ermöglichen, war es unumgänglich eine automatische Datenerfassung einzurichten. Diese Aufgabe erfüllte das Elektroniklabor des Instituts. Das Prinzip der Erfassung ist in Abbildung 10 gezeigt. Eine Leuchtdiode strahlt dabei Licht aus. Dieses Licht wird an einer Reflexionsfläche zurückgeworfen. Der Abstand der Fläche zur Diode beträgt dabei wenige Millimeter. Die Reflexionsfläche ist eine ebene Fläche, die an der Pendelachse angebracht ist. Ihr Winkel ändert sich mit der Auslenkung des Pendels. Das reflektierte Licht trifft nun auf einen Fotosensor. Der Auftreffpunkt ändert sich mit dem Winkel der Reflexionsfläche. Die Position dieses Punktes wird durch den Fotosensor erfasst und steuert eine

Spannung, die ungefähr zwischen 1,0 und 1,7 Volt liegt. Die gemessene Spannung ist dabei proportional zur Auslenkung des Pendels.



**Abbildung 10: Prinzip der Messdatenerfassung: Licht wird von der Leuchtdiode ausgesandt und an der Pendelachse reflektiert. Ein Fotosensor erfasst die Position des reflektierten Strahls. Über diese Position wird die Messspannung gesteuert.**



**Abbildung 11: Elektronische Einrichtung am oberen Ende jedes Pendels zur Erfassung der Pendelschwingungen.**

Eine solche Einrichtung (Abbildung 10, Abbildung 11) befand sich an jedem Pendel am äußersten, oberen Ende, denn sonst würde die Reflexionsfläche nicht nur ihren Winkel sondern auch ihre gesamte Position ändern und gegen den wenige Millimeter entfernten Fotosensor stoßen.

Die Messungen konnten über einen Laptop gesteuert werden. Das dafür verwendete Programm heißt PicoLog Recorder. Es stellt das Verbindungsstück zwischen der Hardware am Pendel und der Software am Laptop dar, indem es über eine USB-Schnittstelle in einem bestimmten Zeitintervall die drei durch die Pendel bestimmten Spannungen abrufen und tabelliert. Außerdem wurden die Spannungen auch über ein digitales Oszilloskop angezeigt (Abbildung 8).

Für die Versuche wurden meistens über eine Zeit von 100 bis 120 Sekunden in Zeitintervallen von ungefähr 50 ms Messdaten von den drei Pendeln genommen. Das heißt, es wurden zwischen 2000 und 2400 Messdaten für ein Pendel pro Versuch automatisch erfasst, beziehungsweise zwischen 6000 und 7200 Messdaten für alle drei Pendel zusammen.

Die Daten wurden nach der Erfassung mittels Origin Pro 7.5 geeicht, indem eine Grundspannung von allen Messdaten subtrahiert wurde. Die Grundspannung entspricht der Spannung, die gemessen wird, wenn die Pendel sich in Ruhe befinden.

Die Messdaten für jedes Pendel bestehen dann aus Spannungswerten als Funktion der Zeit. Diese stellen die momentane Auslenkung eines Pendels dar. Die lokalen Maxima dieser Funktion stellen dabei Punkte der Schwebung dar. Origin Pro 7.5 kann automatisch die lokalen Maxima ermitteln und diese wiederum als eine neue Funktion in Abhängigkeit der Zeit anzeigen. So war es möglich, ein Bild der Schwebung der Pendel zu erarbeiten.

Um diese Vorgehensweise zu verdeutlichen folgt nun ein Beispiel:

PicoLog Recorder tabelliert die gemessenen Spannungen zusammen mit dem Zeitpunkt der Messung. Die Spalten mit den Farben korrelieren mit den Farben der Pendel. Die Einheiten sind jeweils in der Kopfzeile mit angegeben (Tabelle 4).

**Tabelle 4: Ausschnitt aus den Messdatentabellen des Programms PicoLog Recorder. Die Farben korrelieren zu den Pendeln. Die Einheiten der Spalten sind in Klammern angegeben.**

Zeit (ms)	Grün (V)	Blau (V)	Rot (V)
4	1,041	1,382	1,487
52	1,041	1,382	1,487
100	1,042	1,382	1,486
154	1,041	1,382	1,487
212	1,041	1,382	1,487
254	1,026	1,381	1,496
304	1,038	1,381	1,488
356	1,041	1,381	1,487
407	1,031	1,391	1,487
...	...	...	...

Diese Messdaten wurden aus PicoLog Recorder kopiert und in das Plotting Programm Origin Pro 7.5 eingefügt. In diesem Programm war es möglich, die Grundspannung jedes Pendels zu subtrahieren. Die Grundspannung wurde ermittelt, indem am Anfang jeder Messung die Pendel vor dem Anstoßen eine kurze Zeit in Ruhelage gelassen wurden. Die Messdaten am Anfang stellen deswegen die Grundspannung dar, die von allen weiteren erfassten Spannungen subtrahiert wurde. Für das grüne Pendel ist die Grundspannung in diesem Beispiel 1,041V, für das blaue Pendel 1,382V und für das rote Pendel 1,482V. Da es schwer ist, die Pendel in absoluter Ruhe zu halten, kann die Grundspannung nur näherungsweise bestimmt werden.

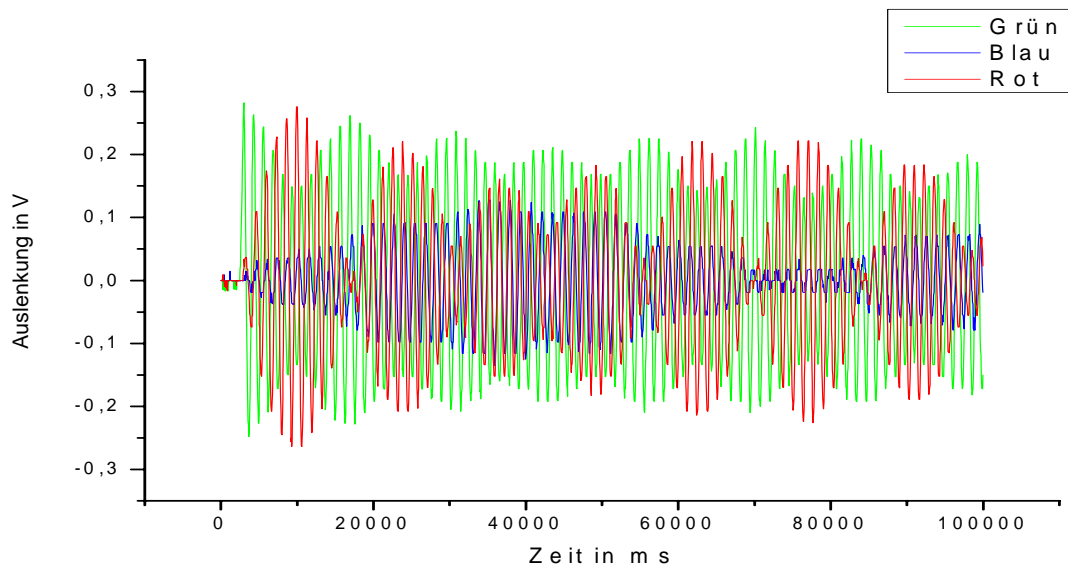
Die Ergebnisse sind am Beispiel in Tabelle 5 gezeigt.

**Tabelle 5: Ausschnitt aus der Messdatentabelle des Programms Origin Pro 7.5 nach der Subtraktion der Grundspannungen.**

Zeit (ms)	Grün (V)	Blau (V)	Rot (V)
4	0	0	0
52	0	0	0
100	1E-3	0	-1E-3
154	0	0	0
212	0	0	0
254	-0,015	1E-3	0,009
304	-0,003	-1E-3	1E-3
356	0	-1E-3	0
407	-0,01	0,009	0
...	...	...	...

Die Grundspannungen mussten für jeden Versuch erneut ermittelt werden, da mit den Veränderungen der Kopplung sich auch die Schräglage der Pendel verändert.

Origin Pro 7.5 konnte aus diesen Messdaten einen Graphen erstellen, der jede einzelne Schwingung darstellt. In den Grafiken sind dabei immer die Zeit in ms auf der x-Achse und die Auslenkung in Volt auf der y-Achse aufgetragen (Abbildung 12).



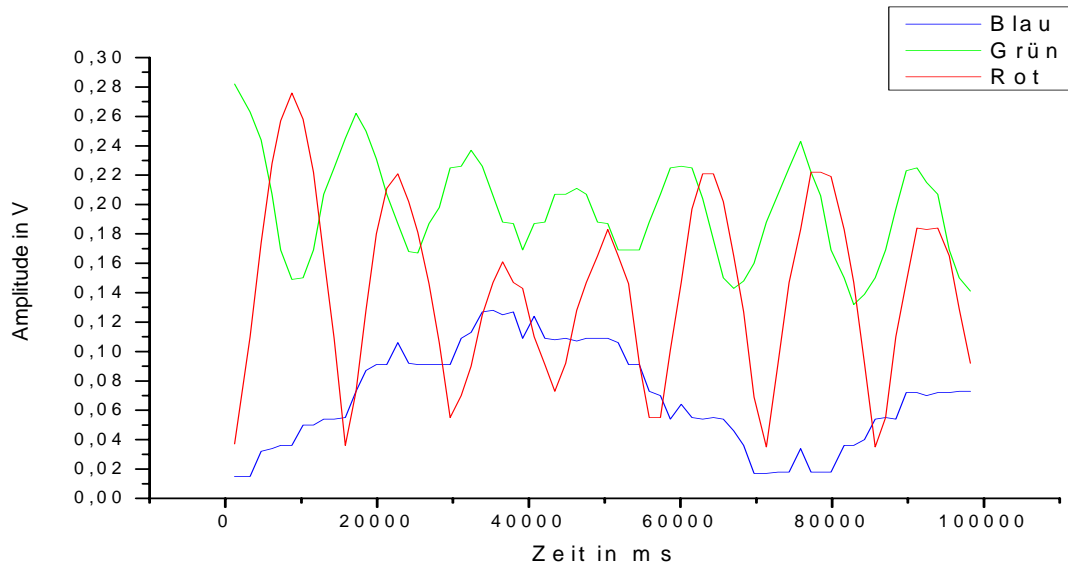
**Abbildung 12: Graph der Messdaten aus Origin Pro 7.5 nach Abzug der Grundspannungen. Diese Darstellung wird im Folgenden als Schwingungsbild bezeichnet.**

Weiterhin war es möglich mit Origin Pro 7.5 die lokalen Maxima für jede Schwingung automatisch zu ermitteln und tabellarisch für jedes Pendel darzustellen (Tabelle 6).

**Tabelle 6: Ausschnitt aus der Messdatentabelle von Origin Pro 7.5. Dargestellt sind die lokalen Maxima der Schwingungen des grünen Pendels.**

Zeit (ms)	Grün (V)
3008	0,282
4302	0,263
5603	0,244
6856	0,207
8101	0,169
9307	0,149
10611	0,15
11858	0,169
...	...

Aus den Maxima der Schwingungen jedes Pendels konnte in Origin Pro 7.5 anschließend erneut ein Graph erstellt werden, der die Maxima in Abhängigkeit der Zeit darstellt (Abbildung 13).



**Abbildung 13: Schwebung des Pendels als Graph der lokalen Maxima der Schwingungen des Pendels. Diese Darstellung wird im Folgenden als Schwebungsbild bezeichnet.**

Diese Grafiken kann man als Schwebungsbilder bezeichnen, da sie die Veränderung der Amplituden jeder Schwingung in Abhängigkeit der Zeit veranschaulichen.

Die Deutung der Schwebungsbilder gestaltet sich wie eine Übersetzung unter Nutzung der Analogie zwischen drei gekoppelten Pendeln und Neutrino-Oszillationen (Tabelle 3). Die in Abschnitt 3.3 erwähnte Verknüpfung des Abstandes des Neutrinos von der Quelle und der dabei vergehenden Zeit ist bei der Deutung der Schwebungsbilder nützlich. In der Pendeloszillation gibt es keine Strecke für den Verlauf der Oszillation. Es gibt jedoch die Zeit, über die der Oszillationsverlauf gemessen werden kann. Deswegen ist die vergehende Zeit bei der Pendeloszillation (x-Achse) als Maß für das Fortschreiten der dargestellten Neutrino-Oszillation zu werten, was im Java-Applet über den Abstand von der Quelle gezeigt wird.

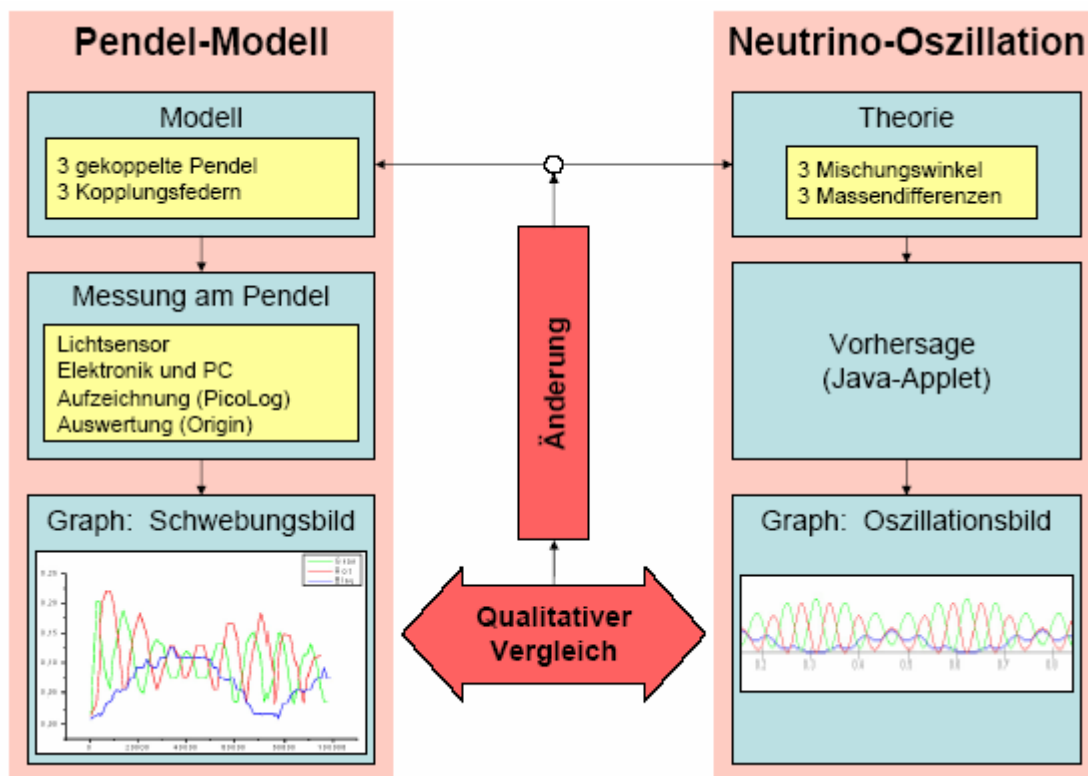
Die Amplitude (y-Achse) der Schwebung ist ein Maß für den Anteil, den ein Pendel an der gesamten Schwingungsenergie des gesamten Pendelsystems hat. So findet man am Anfang einer Schwebung die gesamte Energie bei dem Pendel, das angestoßen wird und damit als Initiator dient. Ähnlich verhält sich die Wahrscheinlichkeit der Messung eines bestimmten Neutrino-Flavours, sie stellt auch einen Anteil an der absoluten Wahrscheinlichkeit dar. Die maximale Wahrscheinlichkeit tritt in der Entfernung 0 bei dem Neutrino-Flavour auf, das in der Quelle erzeugt wird, also der Initiator der Oszillation ist. Deshalb kann die Oszillation einer bestimmten Neutrinoart mit dem Pendelmodell nachvollzogen werden, indem man zum Zeitpunkt 0 das entsprechende Pendel auslenkt und die beiden anderen in der Ruhelage lässt.

Die Farben der Pendel, die sich in den Schwebungsbildern widerspiegeln, wurden bereits im Abschnitt 4.3 Neutrino-Flavours zugeordnet.

Im dargestellten Beispiel hat das grüne Pendel zum Zeitpunkt 0 eine maximale Auslenkung und die beiden anderen Pendel weisen die Auslenkung 0 auf. Da das grüne Pendel als Myon-Pendel definiert wurde und deswegen Myon-Neutrinos darstellt, ist dieses Schwebungsbild als atmosphärische Neutrino-Oszillation zu deuten. Die Wahrscheinlichkeit für Elektron-, Myon- und Tau-Neutrinos lässt sich als Auslenkung im Verlauf der Oszillation in Abhängigkeit der Zeit beziehungsweise Strecke ablesen. Das bedeutet, dass das Anstoßen des Myon-Pendels als Start der atmosphärischen Neutrino-Oszillation interpretiert werden kann.

Genauso kann das Anstoßen des Elektron-Pendels als Start der Sonnenneutrino-Oszillation gewertet werden.

Diese Bilder wurden anschließend qualitativ mit denen des Java-Applets verglichen. Das prinzipielle Vorgehen in diesem Vergleich verdeutlicht Abbildung 14.



**Abbildung 14:** Die prinzipielle Vorgehensweise im Vergleich zwischen Pendel-Modell und Neutrino-Oszillation besteht darin, Parameter am Pendel zu verändern, die dadurch veränderte Schwebung zu ermitteln und diese mit dem Java-Applet zu vergleichen.

Um diesen Vergleich von Pendel-Modell und Java-Applet zu vereinfachen, sollte versucht werden, wichtige konstante Parameter des Pendel-Modells zu bestimmen.

## 5.2.4 Bestimmung der Federkonstanten

Die klassische Feder ist ein spiralförmig gewickelter Draht. Man unterscheidet zwischen Zug- und Druckfedern. Bei Zugfedern geht man davon aus, dass die einzelnen Windungen des Drahtes aufeinander liegen. Bei Druckfedern dagegen muss zwischen den Windungen für den Federvorgang Freiraum sein.

Als Ausgangssituation lagen mehrere Zugfedern unterschiedlicher Stärke und Länge für die Kopplung der Pendel vor. Diese waren als Probefedern gedacht, um das weitere Vorgehen besser planen zu können. Um die Abhängigkeit der Schwebung von den Federkonstanten zu klären, mussten als erstes die Federkonstanten der Federn ermittelt werden, die zur Verfügung standen. Dies war ein Gegenstand des ersten Teils dieser Arbeit.

Für die Bestimmung von Federkonstanten gibt es zwei häufig verwendete Methoden: die dynamische und die statische. Beide wurden für die Federkonstantenbestimmung angewendet.

Die statische Methode beruht auf der Messung der Auslenkung  $x$  unter einer bestimmten Kraftwirkung. Dabei wird die Feder mit der Federkonstante  $k$  vertikal aufgehängt und ein Massstück wird an dem frei hängenden unteren Ende befestigt. Das Massstück befindet sich in der Gleichgewichtslage. Sie ist dadurch gekennzeichnet, dass die Gewichtskraft  $F_g$

des Massestückes der Masse  $m$  betragsmäßig gleich groß ist wie die Federkraft  $F_f$ , die in entgegen gesetzter Richtung wirkt. Die Differenz aus der Länge ohne Belastung und der mit Belastung ist die Auslenkung  $x$ . Sie ist proportional zur wirkenden Federkraft  $F_f$ ; es gilt:

$$F_f = -kx \Leftrightarrow -\frac{F_f}{x} = k \quad (50)$$

Die wirkende Gewichtskraft lässt sich aus der Masse und der Fallbeschleunigung  $g$  berechnen:

$$F_g = gm \quad (51)$$

Die Federkonstante  $k$  lässt sich demnach wie folgt ermitteln:

$$k = -\frac{mg}{x} \quad (52)$$

Für die Messungen wurden verschiedene Massestücke benutzt, um genauere Ergebnisse zu erzielen. Die Untersuchungen wurden insgesamt mit vier Federn durchgeführt, die mit Farben zur Unterscheidung markiert waren. Die Messergebnisse sind in Tabelle 7 dargestellt. Rot markiert sind die Messwerte, die große Abweichungen von dem Durchschnitt der restlichen Messwerte aufweisen.

**Tabelle 7: Ergebnisse der statischen Federkonstantenbestimmung vom 12.01.2007.**

Feder	Messung	m in kg	x in m	$k$ in N/m	$\bar{k}$ in N/m
Rote Feder	1	0,100	0,100	9,81	9,81
	2	0,050	0,095	5,16	
	3	0,020	0,020	9,81	
Blaue Feder	1	0,010	0,570	0,17	0,16
	2	0,005	0,310	0,16	
	3	0,001	0,060	0,16	
Rotschwarze Feder	1	0,050	0,205	2,39	2,82
	2	0,020	0,070	2,80	
	3	0,010	0,030	3,27	
Blauschwarze Feder	1	0,020	0,165	1,19	1,30
	2	0,010	0,075	1,31	
	3	0,005	0,035	1,40	

Die meisten Messergebnisse liegen relativ nah bei einander, was für einen geringen zufälligen Fehler spricht. Trotzdem sind mögliche Messfehler darin zusehen, dass die Längendifferenzen  $x$  mit dem Auge an einem angelegten Lineal abgelesen wurden. Der rot markierte Wert resultiert möglicherweise aus einem Fehler bei der Aufzeichnung der Daten und wird deshalb nicht gewertet.

Um zu überprüfen, ob die Ergebnisse der statischen Methode richtig sind, wurde auch die dynamische Methode für die Federkonstantenbestimmung benutzt.

Die dynamische Methode beruht darauf, dass ein Massestück an einem Ende der Feder hängt und anschließend einmalig ausgelenkt wird. Das Massestück schwingt dabei um seine Gleichgewichtslage. Das Phänomen ist wie folgt zu erklären. Es gilt näherungsweise das lineare Kraftgesetz von Gleichung 50. Das Massestück ist nicht in seiner Gleichgewichtslage, es wirkt eine rücktreibende Kraft in Richtung der Gleichgewichtslage. Durch die Kraftwirkung

wird das Massestück beschleunigt. Aufgrund der Trägheit bewegt es sich aber über die Gleichgewichtslage hinaus. Nun wirkt eine rücktreibende Kraft in entgegen gesetzter Richtung. Sie bremst das Massestück der Masse  $m$  bis zum Umkehrpunkt ab und beschleunigt es wieder in die andere Richtung, zurück zur Gleichgewichtslage. Der Vorgang beginnt von neuem.

Dabei gilt für die Kreisfrequenz  $\omega$  folgende Gleichung, wobei  $k$  die Federkonstante der Feder darstellt (siehe Abschnitt 4.1):

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (53)$$

Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  steht im Zusammenhang mit der Periodendauer  $T$  einer Schwingung:

$$\frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{k}{m}} \Leftrightarrow k = \frac{4\pi^2 m}{T^2} \quad (54)$$

Die Periodendauer  $T$  lässt sich messen, indem man die Periodenanzahl  $n$  in einer bestimmten Zeit  $t$  misst bzw. zählt:

$$T = \frac{t}{n} \quad (55)$$

Die Messungen wurden wieder mit den Federn aus Tabelle 7 durchgeführt. Für jede Feder wurden 4 Messungen mit zwei verschiedenen Massestücken und verschiedenen Periodenanzahlen ausgeführt. Die Messergebnisse sind in Tabelle 8 dargestellt.

**Tabelle 8: Ergebnisse der dynamischen Federkonstantenbestimmung vom 19.01.2007.**

Feder	Messung	m in kg	n	t in s	T in s	$k$ in N/m	$\bar{k}$ in N/m
Rote Feder	1	0,100	100	63,1	0,631	9,920	10,08
	2	0,100	200	127,5	0,637	9,710	
	3	0,050	200	87,5	0,437	10,330	
	4	0,050	400	174,6	0,436	10,360	
Blaue Feder	1	0,005	200	264,6	1,323	0,113	0,10
	2	0,005	100	132,3	1,322	0,113	
	3	0,002	200	203,1	1,016	0,077	
	4	0,002	100	100,5	1,005	0,095	
Rotschwarze Feder	1	0,020	200	127,7	0,638	1,940	1,93
	2	0,020	120	76,8	0,640	1,930	
	3	0,010	200	90,7	0,454	1,920	
	4	0,010	100	45,1	0,451	1,940	
Blauschwarze Feder	1	0,010	200	121,8	0,609	1,070	1,00
	2	0,010	100	61,1	0,611	1,060	
	3	0,005	200	91,5	0,458	0,940	
	4	0,005	100	46,0	0,460	0,930	

Ein systematischer Fehler bei der dynamischen Messung war, dass die Masse der Feder nicht in die Berechnung mit einbezogen wurde, denn es stand zu diesem Zeitpunkt keine passende Waage zur Verfügung.

Wenn man nun die beiden Methoden vergleicht, stellt man Folgendes fest: Die größten Abweichungen vom arithmetisch gemittelten Wert der jeweiligen Federkonstante lagen bei der statischen Methode um  $\pm 0,44$  N/m, ohne Berücksichtigung des rot markierten Wertes. Bei der dynamischen Methode lag dagegen die größte Abweichung bei  $\pm 0,325$  N/m. Hier gab es jedoch keinen Wert, der aufgrund seiner großen Abweichung vom Durchschnitt der restlichen Messwerte aus der Betrachtung herausgenommen werden musste. Die dynamische Methode ist der statischen vorzuziehen, denn sie kann durch beliebige Verlängerung der Messzeit wesentlich genauere und zuverlässigere Ergebnisse liefern und ist von der Handhabung her auch praktikabler. Trotzdem liegen die Messergebnisse der statischen Methode im Bereich der Messergebnisse der dynamischen Methode.

Die Rote Feder wurde im weiteren Verlauf wegen ihrer großen Federkonstante und passenden Länge für die Kopplung von Myon- und Tau-Pendel (außer bei Abschnitt 5.3) benutzt. Später wurden noch zwei identische Federn in den Bestand aufgenommen. Diese Federn werden als Standardfedern für die Kopplung von Myon-Pendel bzw. Tau-Pendel mit dem Elektron-Pendel verwendet. Ihre Federkonstante beträgt 0,8 N/m. Als Standardfeder wird dabei verstanden, dass diese Feder für alle weiteren Experimente immer an der gleichen Stelle und für den gleichen Zweck eingesetzt wurde. Wenn nicht anders erwähnt, so ist davon auszugehen, dass die Standardfedern benutzt wurden.

**Tabelle 9: Zuordnung der Federkonstanten der Standardfedern zu der Kopplung zweier spezifizierter Pendel.**

Kopplung zwischen	Federkonstante
Myon- und Tau-Pendel	10 N/m
Myon- und Elektron-Pendel	0,8 N/m
Tau- und Elektron-Pendel	0,8 N/m

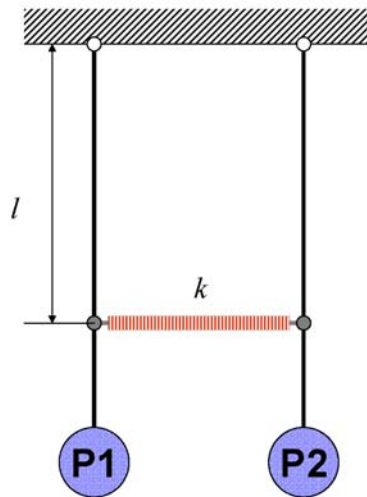
### 5.3 Kopplungshöhe der Pendel und Schwebungsfrequenz

Ein Ziel war es, die Schwebungen am Pendel modellieren zu können. Dabei ging es auch darum das Verhältnis der Schwebungsfrequenzen zu bestimmen beziehungsweise einzustellen. Der ursprüngliche Ansatz bestand darin, verschiedene Schwebungen betrachten zu können, indem man verschiedene Federn mit unterschiedlichen Konstanten einsetzt.

Im Verlauf der Arbeit entstand die Idee, dass man die Schwebung auch stufenlos beeinflussen könnte, indem man die Kopplungshöhe verstellt. Das würde sich wiederum auf die Kopplung der Pendel durch die Federn auswirken.

Diese Abhängigkeit war zu untersuchen. Vorerst sollten nur zwei gekoppelte Pendel betrachtet werden, um Bewegungsgleichungen zum Vergleich zu haben. Zur Vereinfachung werden sie Pendel P1 und Pendel P2 genannt.

Die Kopplungshöhe  $l$  ist dabei der Abstand von der Aufhängung des Pendels zum Reiter. Diese Höhe wurde für beide Pendel in jeweils gleicher Weise variiert, das heißt es gab keine unterschiedlichen Kopplungshöhen zwischen den Pendeln P1 und P2 bei einer Messung.



**Abbildung 15: Schematische Darstellung zweier gekoppelter Pendel P1 und P2. Die Kopplungshöhe wird mit  $l$ , die Federkonstante mit  $k$  bezeichnet.**

Die Schwebungsfrequenz  $\omega$  zweier Pendel wird bestimmt, indem die Amplituden der Pendel in Abhängigkeit der Zeit gemessen werden. Diese neue Funktion weist eine Periodizität auf, aus der sich die Schwebungsfrequenz ermitteln lässt. Man kann sich den Messablauf so vorstellen, dass Pendel P1 angestoßen wird, während sich Pendel P2 noch in Ruhelage befindet. Durch die Feder wird Energie an das Pendel P2 übertragen, dieses beginnt zu schwingen. Die Amplitude von Pendel P1 sinkt. Schließlich erreicht Pendel P2 seine maximale Amplitude, wenn Pendel P1 still steht. (Nähere Erläuterungen zum Thema Schwebung zweier Pendel sind in Abschnitt 4.2 zu finden.)

Nun kann man zählen, wie oft Pendel P2 in einer bestimmten Zeit stillsteht, und daraus die Schwebungsfrequenz  $\omega$  berechnen. Diese Messungen wurden für drei der Federn und jeweils für verschiedene Kopplungshöhen durchgeführt. Tabelle 10 zeigt die Resultate.

**Tabelle 10: Messwerte des Experiments zur Abhängigkeit der Schwebung von der Kopplungshöhe vom 27.04.2007.**

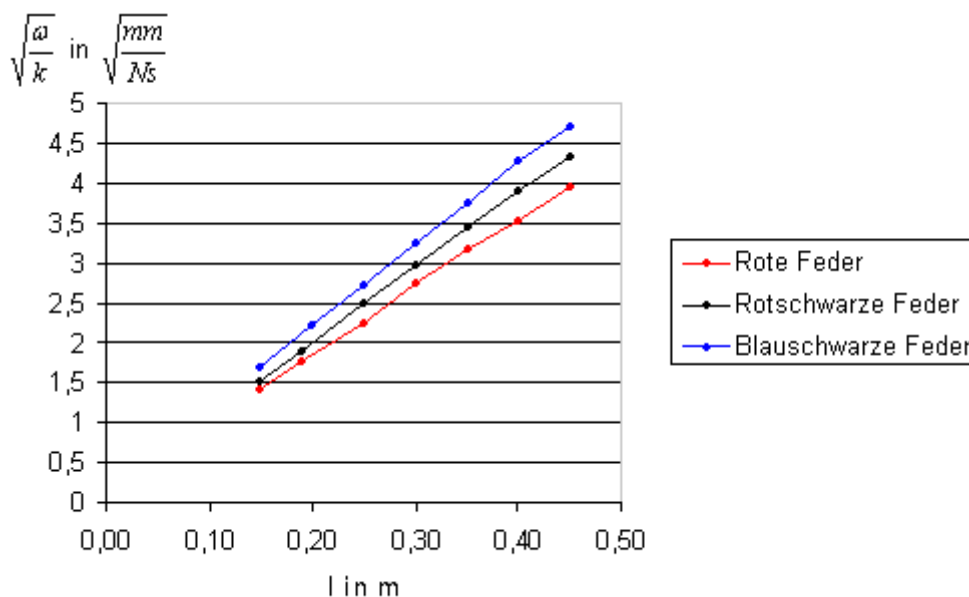
Rote Feder	$l$ in m	0,45	0,40	0,35	0,30	0,25	0,19	0,15
	$\omega$ in Hz	0,1558	0,125	0,1010	0,0753	0,0508	0,0315	0,0202
Rotschwarze Feder	$l$ in m	0,45	0,40	0,35	0,30	0,25	0,19	0,15
	$\omega$ in Hz	0,0375	0,0306	0,0238	0,0177	0,0125	0,0072	0,0047
Blauschwarze Feder	$l$ in m	0,45	0,40	0,35	0,30	0,25	0,20	0,15
	$\omega$ in Hz	0,0222	0,0182	0,0140	0,0105	0,0074	0,0049	0,0029

Unter der Bedingung, dass die Kopplung relativ schwach ist und damit die Differenz der Eigenfrequenz des gleichsinnigen und gegensinnigen Modus als klein angesehen werden kann, gilt näherungsweise folgende Abhängigkeit ([G8][G6]):

$$l \sim \sqrt{\frac{\omega}{k}} \quad (56)$$

Um diese Beziehung, die sich gut zur Einstellung der Schwebungsfrequenz eignet, zu überprüfen, wurde jeweils die Größe  $\sqrt{\omega/k}$  aus den einzelnen Messwerten (Tabelle 10) be-

stimmt und grafisch über die Kopplungshöhe  $l$  dargestellt. Dabei wurden die Federkonstanten in N/mm umgerechnet. So entstand der Graph in Abbildung 16.



**Abbildung 16: Grafische Darstellung der Ergebnisse des Experiment zur Abhängigkeit der Schwebung von der Kopplungshöhe.**

Die Näherungsformel (Gleichung 56) ist nach dieser Messung bestätigt. Alle drei Graphen verlaufen weitestgehend linear. Allerdings sind die Messreihen mit den Federn gegeneinander versetzt, sodass die schwächste Feder die größten Werte hat. Mögliche Erklärungen sind eine Verletzung der Voraussetzung für die Näherung, sowie Messfehler bei der Bestimmung der Federkonstanten. Außerdem könnten auch Ungenauigkeiten bei der Längenjustierung der Federn aufgetreten sein.

Das Experiment lässt nun Rückschlüsse über die Schwebungsfrequenz zu. Sie ist näherungsweise proportional zu der Kopplungshöhe im Quadrat. Unter der Annahme, dass die Schwebungen von zwei und von drei Pendeln ähnlich sind, kann man nun die Schwebung auch an drei Pendeln einstellen. Wenn man eine Skala an die Pendelstangen befestigen würde, die eine lineare Zahlenfolge anzeigt, dann erhöht sich die Schwebungsfrequenz um den Faktor 1,4 bei Verdopplung der Kopplungshöhe.

Dass dieses Verhältnis auch auf drei gekoppelte Pendel zutrifft, ist eine Näherung, die überprüft werden sollte. Bei dem Versuch, den Schwebungsfaktor 30 einzustellen, kann man feststellen, wie genau diese Näherung zutrifft:

Der Schwebungsfaktor 30 bedeutet, dass eine Schwebungsfrequenz  $\omega_1$  sich zu einer anderen Schwebungsfrequenz  $\omega_2$  wie 30 zu 1 verhält:

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{30}{1} \quad (57)$$

Es gilt für eine Schwebungsfrequenz  $\omega$  die oben beschriebene Abhängigkeit unter Berücksichtigung eines Proportionalitätsfaktors  $a$ :

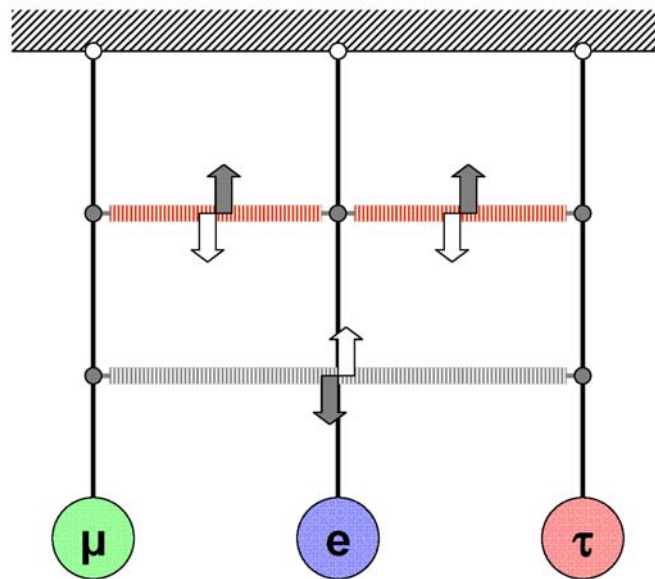
$$al = \sqrt{\frac{\omega}{k}} \Leftrightarrow a^2 l^2 k = \omega \quad (58)$$

Daraus ergibt sich, dass das Verhältnis der Schwebungsfrequenzen  $\omega_1$  und  $\omega_2$  (der Schwebungsfaktor) unabhängig von dem Proportionalitätsfaktor  $a$  ist:

$$\frac{a^2 l_1^2 k_1}{a^2 l_2^2 k_2} = \frac{30}{1} = \frac{l_1^2 k_1}{l_2^2 k_2} \quad (59)$$

Da die Federkonstanten der vorhandenen Federn nicht beliebig variabel sind, ergibt sich daraus, dass man den Schwebungsfaktor besser durch Verstellen der Kopplungshöhen umsetzen kann.

Das Prinzip, nach dem man Schwebungsfaktoren einstellen kann, soll durch folgende Grafik veranschaulicht werden (Abbildung 17).



**Abbildung 17: Verschiedene Schwebungsfaktoren können eingestellt werden, indem man die kurzen Federn und die lange Feder verschiebt.**

Ein Schwebungsfaktor wird verändert, indem die Federn in ihrer horizontalen Position verschoben werden. Dabei haben die kurzen Federn immer die gleiche Kopplungshöhe.

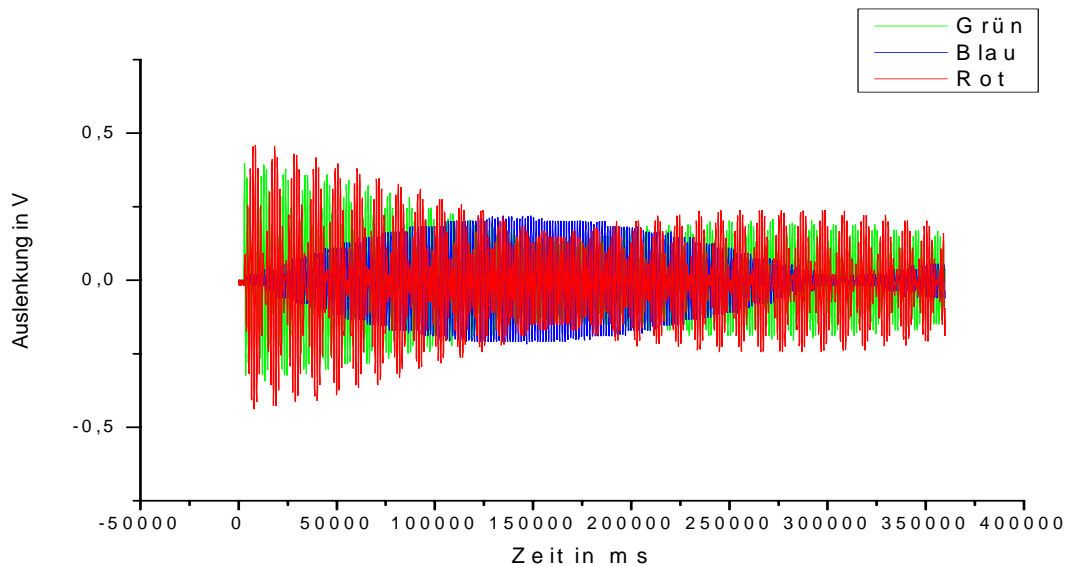
Nun ist bekannt, dass die Schwebung am Tau-Pendel dreißigmal so schnell sein soll, wie die Schwebung am Elektron-Pendel. Am Tau-Pendel verwenden wir zwei unterschiedliche Federn. Ihre Federkonstanten addieren sich zu etwa 10,8 N/m, was  $k_1$  entspricht. Am Elektron-Pendel werden zwei gleiche Federn verwendet, deren Federkonstanten addiert 1,6 N/m betragen, was  $k_2$  entspricht. Eine der Kopplungshöhen kann man nun festlegen und man erhält die fehlende Kopplungshöhe aus Gleichung 59. Wenn man dann diese beiden Kopplungshöhen am Pendel einstellt, müsste man ungefähr den Schwebungsfaktor 30 messen können.

Um den Schwebungsfaktor 30 einzustellen wird für die Kopplungshöhe  $l_1$  zum Beispiel 0,34 m festgelegt und die fehlende Kopplungshöhe ermittelt:

$$\frac{30}{1} = \frac{l_1^2 k_1}{l_2^2 k_2} \Leftrightarrow l_2 = \sqrt{\frac{l_1^2 k_1}{30 k_2}} = \sqrt{\frac{(0,34\text{m})^2 \cdot 10,8\text{Nm}^{-1}}{30 \cdot 1,6\text{Nm}^{-1}}} = 0,16\text{m} \quad (59)$$

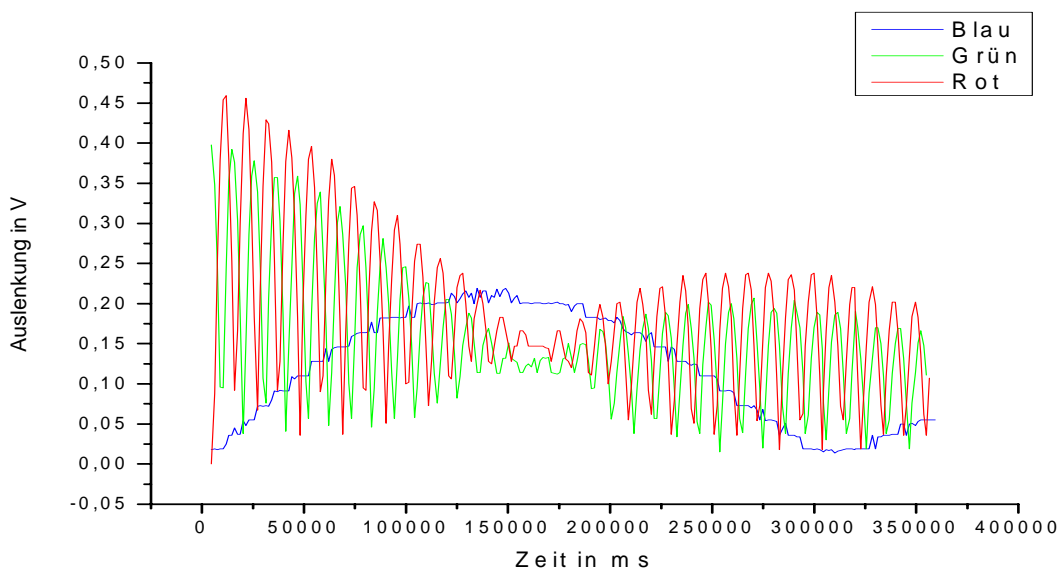
Diese Werte für die Kopplungshöhen  $l_1=0,34$  m und  $l_2=0,16$  m wurden am Pendel eingestellt und die Schwebung anschließend gemessen. Die errechneten Werte ergaben einen Schwebungsfaktor 28 und verfehlen damit nur knapp den Schwebungsfaktor 30. Da die Elektron-Pendel-Schwebungsperiode verlängert werden sollte, musste die Kopplung zu dem Elektron-Pendel verringert werden, indem man  $l_2$  verkleinerte. Erst bei  $l_1=0,34$  m und  $l_2=0,14$  m zeigte die Messung tatsächlich das erwünschte Verhältnis.

Diese Schwebung und ihre einzelnen Schwingungen wurden mittels elektronischer Messdatenerfassung aufgezeichnet (siehe Abschnitt 5.2.3) und sind in Abbildung 18 dargestellt.



**Abbildung 18: Messung des Schwebungsfaktors 30, nachdem die Kopplungshöhen errechnet und angepasst wurden. Die Darstellung zeigt jede Schwingung („Schwingungsbild“).**

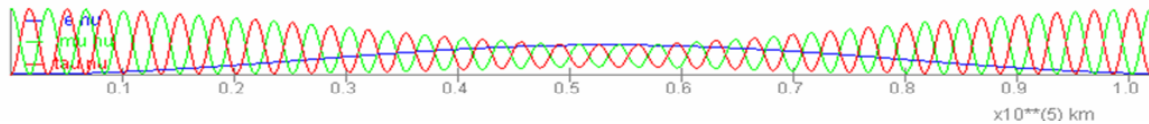
Eine Elektron-Pendel-Periode dauert etwa 340 s. Innerhalb dieser Zeit oszillieren Myon- und Tau-Pendel dreißigmal. Für die in Abbildung 18 dargestellte Messung ergibt sich ein „Schwebungsbild“ nach Abbildung 19.



**Abbildung 19: Schwebungsbild des am Pendel gemessenen Schwebungsfaktors 30.**

Die Abbildung verdeutlicht, dass keinesfalls eine glatte Kurve entsteht, sondern vielmehr eine Kurve mit zufälligen Schwankungen. Warum dies so erscheint, wird in Abschnitt 5.6 näher erläutert. Da das Myon-Pendel als Initiator für diese Schwebung diente, lässt sich die Schwebung als atmosphärische Neutrino-Oszillation deuten.

Das in Abschnitt 3.3 erwähnte Java-Applet zeigt für die Literaturwerte bereits ein vergleichbares Bild der atmosphärischen Neutrino-Oszillation (Abbildung 20).



**Abbildung 20: Java-Applet-Darstellung der atmosphärischen Neutrino-Oszillation mit den Literaturwerten.**

Der Schwebungsfaktor 30 aus den Literaturwerten konnte im Pendel umgesetzt werden. Damit gibt es erst einmal eine prinzipielle Bestätigung, dass das Neutrino-Modell tatsächlich die Neutrino-Oszillation in Bezug auf das Verhältnis von Massendifferenzen qualitativ darstellen kann. Die Massendifferenzen lassen sich somit durch die Verhältnisse der Kopplungshöhen am Pendel darstellen.

## 5.4 Variation der Mischungswinkel

Die Mischungswinkel  $\theta_{12}, \theta_{13}, \theta_{23}$  sind ein wesentlicher Bestandteil der theoretischen Beschreibung von Neutrino-Oszillationen. Sie bestimmen maßgeblich die Neutrinomischung. Die Art und Weise, wie sie Einfluss auf die Oszillation nehmen, ist sehr kompliziert. Wie sich dieser Einfluss von Mischungswinkeln auf Oszillationen gestaltet, soll anhand dreier gekoppelter Pendel beschrieben werden:

In Abschnitt 4.3 wurden Eigenmoden der Pendel beschrieben. Diese Eigenmoden waren an die Bedingung geknüpft, dass die Federkonstanten der hinteren Federn gleich groß sein müssten. Bei genauerer Betrachtung reicht diese Bedingung noch nicht aus. Als Voraussetzung muss man ergänzen, dass die Kopplung zwischen zwei Pendeln symmetrisch sein muss, um die Gültigkeit der beschriebenen Eigenmoden zu gewährleisten. Die Symmetrie der Kopplung besteht darin, dass die Reiter der koppelnden Feder für beide Pendel die gleiche Kopplungshöhe haben. Das heißt, dass die Feder zwischen zwei Pendeln horizontal steht. Diese Symmetriebedingung gilt für jedes beliebige Paar zweier Pendel des Gesamtpendels.

Eine Asymmetrie erzeugt man, indem die Federn keine horizontale Position mehr einnehmen, sondern schief gestellt werden. Diese Schiefstellung hat zur Folge, dass die in Abschnitt 4.3 beschriebenen Schwingungsmoden ihre Amplituden im Verlauf der Schwingung ändern und damit keine Eigenmoden mehr sind. Trotzdem gibt es aber noch drei Eigenmoden. Diese drei Eigenmoden sind jedoch sehr schwer zu finden, denn für die neuen Eigenmoden muss man für jedes Pendel spezifische Initiationsauslenkungen finden. Wie genau diese Eigenmoden in asymmetrischen Systemen aussehen, soll an dieser Stelle nicht betrachtet werden. Wichtig ist, dass man für geringe Asymmetrien annehmen kann, dass die Eigenfrequenzen in etwa den Eigenfrequenzen des symmetrischen Systems entsprechen.

Um die Schwebungsfaktoren bei einer Schrägstellung der Federn behalten zu können, müsste man im Mittel die errechneten Reiterhöhen umsetzen. Das heißt, wenn man den einen Reiter für die Schrägstellung verändert, muss man mit dem anderen Reiter in entgegengesetzter Richtung einen Ausgleich schaffen, denn sonst werden Schwebungsfaktoren verändert. Dabei gab es für die Mittelung zwei Ansätze: das quadratische Mittel (QMW) und das arithmetische Mittel (AMW). Folgende Gleichungen sollen das Prinzip beider Mittelungen verdeutlichen, wobei für die gemittelten Variablen Kopplungshöhen eingesetzt wurden:

$$AMW = \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n} \quad (60)$$

$$QMW = \sqrt{\frac{a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2}{n}} \quad (61)$$

Wenn man zwischen zwei Pendeln eine Kopplungshöhe von 0,3 m beibehalten und einen Reiter auf 0,2 m Kopplungshöhe stellen möchte, dann ergibt sich aus AMW und QMW der dazugehörige Wert für die Kopplungshöhe am anderen Pendel:

$$AMW \cdot 2 - 0,2m = 0,4m \text{ für } AMW = 0,3m \quad (62)$$

$$\sqrt{(QMW)^2 \cdot 2 - (0,2m)^2} = 0,37m \text{ für } QMW = 0,3m \quad (63)$$

Im Verlauf der Untersuchungen von Mischungswinkeln und der damit einhergehenden Schräglage der Federn wurden beide Mittelungsverfahren angewandt, um herauszufinden, welches Verfahren am besten die Beibehaltung von Schwebungsfaktoren ermöglicht.

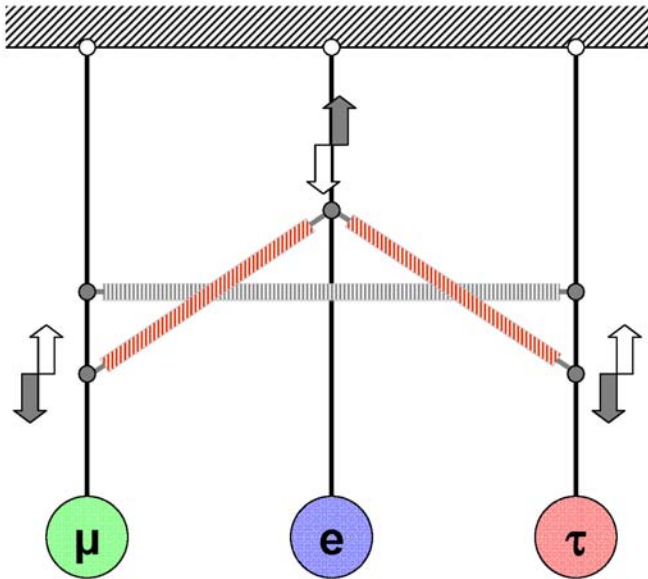
Logisch erscheint die quadratische Mittelung, da bei Veränderung der Schwebungsfrequenz die Kopplungshöhe sich quadratisch dazu ändert. Die Beispielrechnung zeigt jedoch bereits, dass nur eine geringe Diskrepanz von wenigen Zentimetern zwischen AMW und QMW auftritt. Außerdem handelte es sich um eine intuitive Annäherung an die tatsächliche Mittelung, die den Sinn hatte, einen Schwebungsfaktor ungefähr zu erhalten. Dass es sich hier nicht um die tatsächliche Mittelung handeln konnte, zeigten die Experimente, denn die Schwebungsfaktoren änderten sich geringfügig trotz Beachtung von QMW oder AMW.

Für die Veränderung von Mischungswinkeln des Pendels ergaben sich nach Überlegungen drei mögliche Veränderungen der Symmetrie. Um Verwechslungen zwischen den Mischungswinkeln des Pendels und den Mischungswinkeln der Neutrino-Oszillation zu vermeiden, werden die Mischungswinkel des Pendels im folgenden Text als Kopplungsparameter bezeichnet. Ihr Prinzip soll im Folgenden beschrieben werden:

Kopplungsparameter K1 kann am Pendel eingestellt werden, indem man

1. die Reiter der langen Feder zwischen Myon-Pendel und Tau-Pendel konstant horizontal lässt,
2. die Reiter der beiden kurzen Federn am Elektron-Pendel in gleicher Weise höher oder tiefer setzt und
3. die entgegengesetzte Bewegung mit den Reitern der kurzen Federn am Myon- und Tau-Pendel ausführt.

Wenn man beide Reiter des Elektron-Pendels hochschiebt, muss man den jeweiligen Reiter für die kurzen Federn an Myon- und Tau-Pendel nach unten verschieben; wenn man beide Reiter des Elektron-Pendels weiter nach unten verschiebt, muss man den jeweiligen Reiter für die Kopplung zum Elektron-Pendel am Myon- und Tau-Pendel entgegengesetzt verschieben (nach oben), um den Kopplungsparameter K1 zu verstellen. Dabei bleibt die lange Feder horizontal, die kurzen Federn dagegen werden schräg gestellt (Abbildung 21).

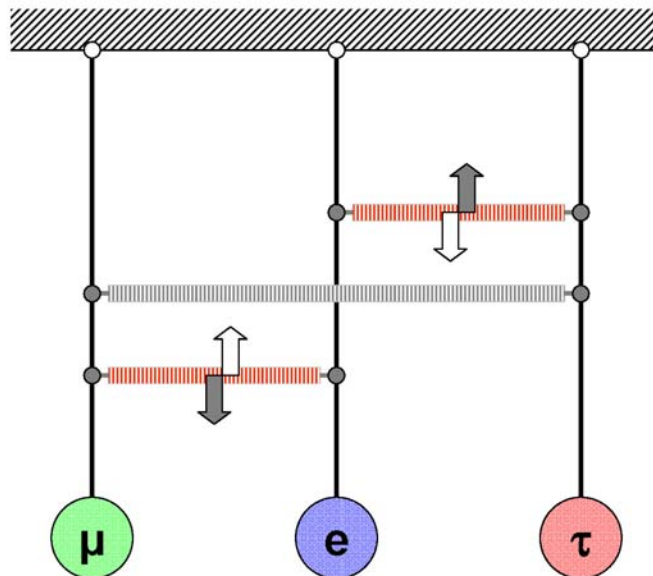


**Abbildung 21:** Der dargestellte Kopplungsparameter  $K_1$  beinhaltet eine Schrägstellung der kurzen Federn bei Beibehaltung der horizontalen Lage der langen Feder.

Kopplungsparameter  $K_2$  kann man am Pendel einstellen, indem man

1. die Reiter zwischen Myon- und Tau-Pendel (lange starke Feder) konstant horizontal lässt
2. die kurzen Federn, die Myon- bzw. Tau-Pendel mit dem Elektron-Pendel koppeln, horizontal lässt, aber
3. gegeneinander verschiebt.

Wenn man die eine kurze Feder nach oben schiebt, schiebt man die andere nach unten. Dabei bleiben sie trotzdem in einer horizontalen Lage (Abbildung 22).



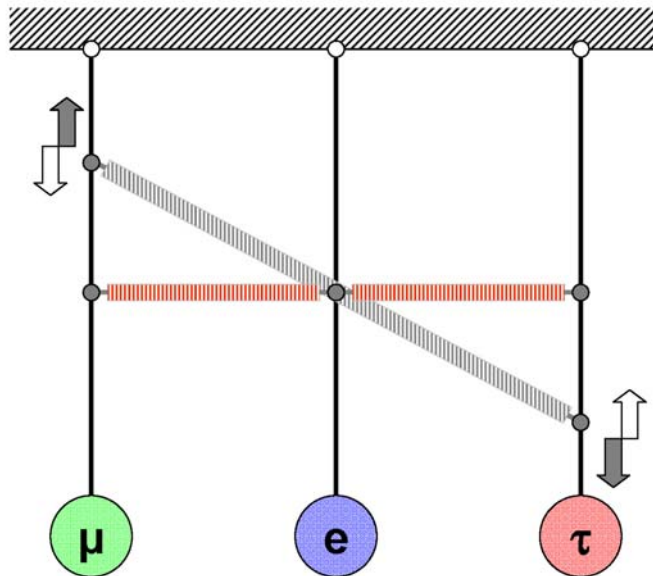
**Abbildung 22:** Der dargestellte Kopplungsparameter  $K_2$  beinhaltet eine vertikale Verschiebung der kurzen Federn gegeneinander bei Beibehaltung der waagerechten Lage der langen Feder.

Dass es sich bei Kopplungsparameter  $K_2$  auch um eine Asymmetrie handelt, kann am gegensinnigen Eigenmodus gezeigt werden: Myon- und Tau-Pendel schwingen mit gleicher Amplitude gegeneinander. Da die Kopplung von beiden zum Elektron-Pendel jedoch unter-

schiedlich ist, fängt es an zu schwingen, seine Amplitude ändert sich. Damit ist der gegenseinige Eigenmodus nicht mehr gegeben. Kopplungsparameter K2 führt zu einer Asymmetrie.

Kopplungsparameter K3 kann man am Pendel einstellen, indem man:

1. die kurzen Federn auf gleicher, horizontaler Position lässt und
2. die lange Feder schräg stellt (Abbildung 23).



**Abbildung 23:** Der dargestellte Kopplungsparameter K3 ist eine Schrägstellung der langen Feder. Die kurzen Federn bleiben horizontal auf einer Höhe.

Experimentell konnten die, durch die Kopplungsparameter K1 bis K3 veränderten, Schwebungen aufgezeichnet werden. Der Vergleich der Schwebungsbilder mit den Neutrino-Oszillationsbildern des Java-Applets ergab, dass Kopplungsparameter K1 dem Mischungswinkel  $\theta_{12}$ , Kopplungsparameter K2 dem Mischungswinkel  $\theta_{13}$  und Kopplungsparameter K3 dem Mischungswinkel  $\theta_{23}$  näherungsweise in der Übersetzung entspricht (Tabelle 11).

**Tabelle 11:** Kopplungsparameter des Pendels können Mischungswinkel der Theorie der Neutrino-Oszillation zugeordnet werden.

Pendel-Modell → Neutrino-Oszillation	
Kopplungsparameter K1	$\theta_{12}$
Kopplungsparameter K2	$\theta_{13}$
Kopplungsparameter K3	$\theta_{23}$

Alle Versuche zu den Mischungswinkeln beziehungsweise Kopplungsparametern wurden sowohl für atmosphärische Neutrinos (Anstoßen des Myon-Pendels) als auch für Sonnenneutrinos (Anstoßen des Elektron-Pendels) durchgeführt und mit entsprechenden Simulationen des Java-Applets verglichen.

Für diese Versuche wurde ein Schwebungsfaktor von etwa 5 statt 30 eingestellt. Die Kopplungshöhen für einen solchen Schwebungsfaktor wurden errechnet und angepasst (siehe Abschnitt 5.3). Die lange Feder hatte für den Schwebungsfaktor 5 eine Kopplungshöhe von 0,300 m, die kurzen Federn hatten die Kopplungshöhe 0,315 m.

Der Schwebungsfaktor 30 wurde bei den Versuchsreihen zu den Mischungswinkeln und Kopplungsparametern nicht verwendet, weil bei diesem Schwebungsfaktor eine Elektron-Pendel-Schwebungsperiode zeitlich wesentlich länger ist als bei Schwebungsfaktor 5. Damit

wurde der Zeitaufwand bei den Messungen verringert. Das Verhältnis der Massendifferenzen wurde im Java-Applet dem Schwebungsfaktor 5 angepasst.

Der qualitative Vergleich beinhaltete für alle drei Kopplungsparameter jeweils drei Versuchseinstellungen, mit denen versucht wurde, den gesamten möglichen Einstellungsbereich auszuschöpfen. Das heißt, es wurde versucht die größtmöglichen Kopplungsparameter zu erzeugen.

### 5.4.1 Untersuchung des Mischungswinkels $\theta_{12}$

Um den Mischungswinkel  $\theta_{12}$  der Neutrino-Oszillation mit dem Kopplungsparameter K1 der Pendel-Oszillation vergleichen zu können, mussten Einstellungen am Pendel festgelegt werden, die dem Prinzip des Kopplungsparameters K1 entsprachen. Für alle Einstellungen galt, dass die lange Feder zwischen Myon-Pendel und Tau-Pendel horizontal ist und eine Kopplungshöhe von 0,3 m hat, damit der Schwebungsfaktor 5 umgesetzt würde.

Die mittlere Höhe von 0,315 m der kurzen Federn für den Schwebungsfaktor 5 wurde unter Berücksichtigung des QMWs (siehe Abschnitt 5.4) justiert.

Einstellung E1: Die kurzen Federn haben am Myon- und Tau-Pendel eine Kopplungshöhe von 0,4 m und am Elektron-Pendel eine Kopplungshöhe von 0,196 m.

Einstellung E2: Die kurzen Federn haben am Myon- und Tau-Pendel eine Kopplungshöhe von 0,35 m und am Elektron-Pendel eine Kopplungshöhe von 0,275 m.

Einstellung E3: Die kurzen Federn haben am Elektron-Pendel eine Kopplungshöhe von 0,35 m und am Myon- und Tau-Pendel eine Kopplungshöhe von 0,275 m.

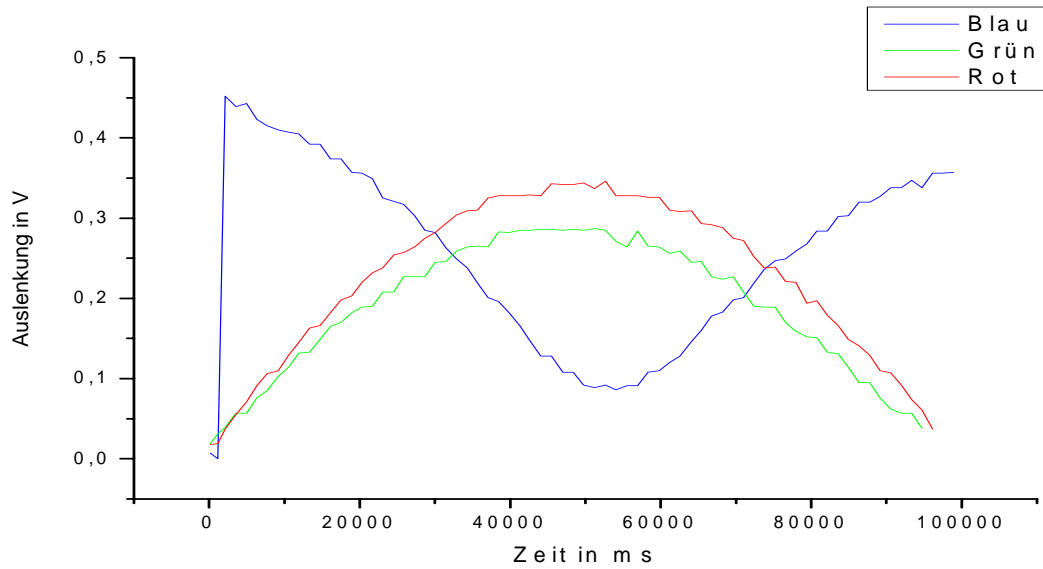
Die Pendel-Oszillation wurde für jede Einstellung und für jede Startsituation (also für die Initiatoren Myon-Pendel und Elektron-Pendel) aufgenommen. Die entstandenen Schwebungsbilder wurden mit denen des Java-Applet verglichen.

Beobachtet man die Veränderungen, die die einzelnen Einstellungen E1 bis E3 bei der durch das Pendel dargestellten Sonnenneutrino-Oszillation hervorrufen, so stellt man fest, dass vor allem die Elektron-Neutrino-Wahrscheinlichkeitskurve verändert wird.

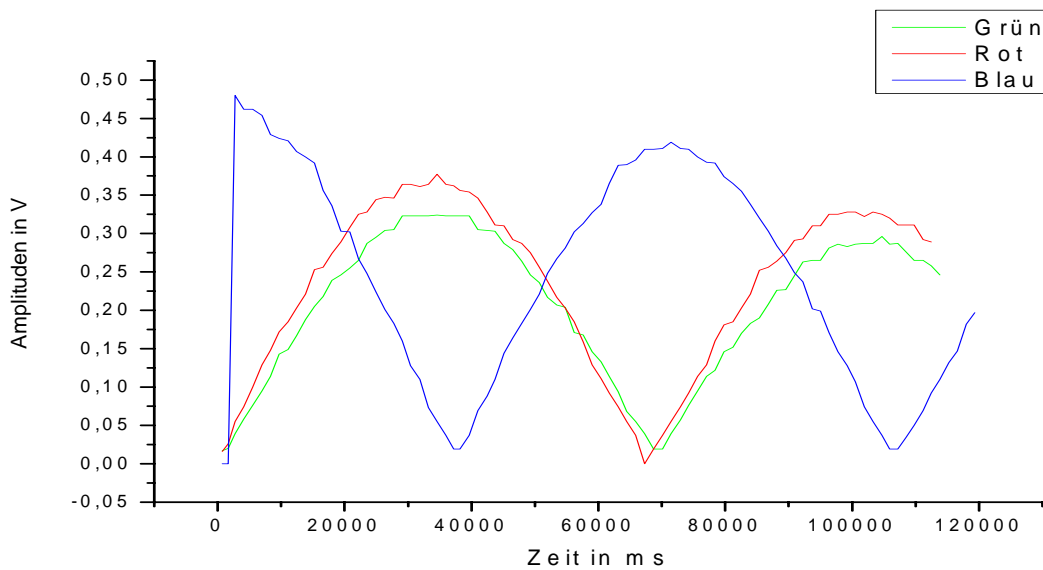
Bei Einstellung E1 ist zu erkennen, dass die als Elektron-Neutrino-Wahrscheinlichkeit gedeutete Elektron-Pendel-Schwebung nach seiner halben Periode nicht ganz auf den Wert Null der Wahrscheinlichkeit zurück geht (Abbildung 24).

Bei Einstellung E2 geht die Elektron-Pendelschwebung in ihrem Minimum auf den Wert von fast 0 V zurück, was als Wahrscheinlichkeit 0 für die Messung eines Elektron-Neutrinos gedeutet wird (Abbildung 25).

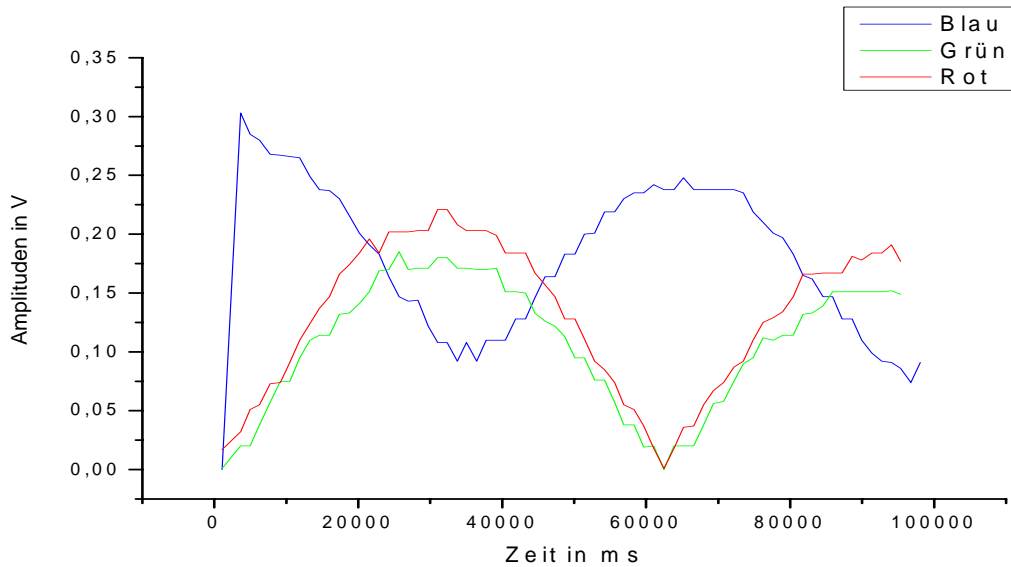
Dagegen hat das Minimum der Elektron-Pendel-Schwebung bei Einstellung E3 nicht mehr den Wert 0 V, sondern nähert sich dem Wert der Tau- und Myon-Pendel-Schwebung an (Abbildung 26).



**Abbildung 24: Schwebungsbild der Einstellung E1 des Kopplungsparameters K1 mit dem Elektron-Pendel als Startpendel.**



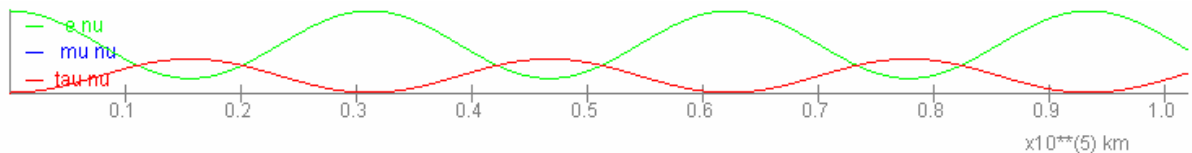
**Abbildung 25: Schwebungsbild mit dem Elektron-Pendel als Initiator. Dargestellt ist Kopplungsparameter K1 mit Einstellung E2.**



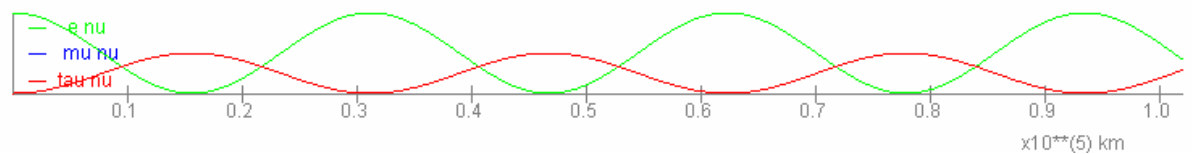
**Abbildung 26: Schwebungsbild von Einstellung E3 des Kopplungsparameters K1. Das Elektron-Pendel ist der Initiator.**

Wenn man die Schwebungsbilder deutet, führt Kopplungsparameter K1 dazu, dass bei der Sonnen-Neutrino-Oszillation, die Wahrscheinlichkeit für die Messung eines Elektron-Neutrinos nach einer halben Elektron-Neutrino-Periode variiert. Die Wahrscheinlichkeit 0 ist in diese Variation eingeschlossen.

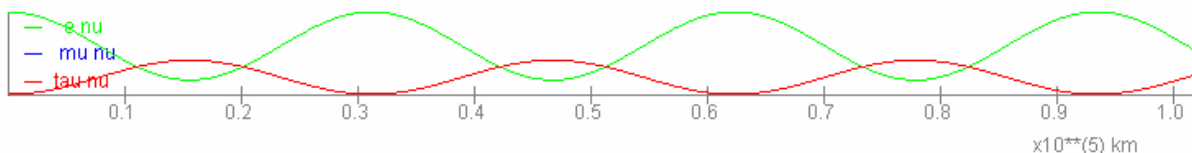
Ähnliche Effekte sagt das Java-Applet voraus, wenn man  $\theta_{12}$  zwischen  $0,57\text{rad}$  ( $33^\circ$ ) und  $1,0\text{rad}$  ( $57^\circ$ ) variiert (Abbildung 27, Abbildung 28, Abbildung 29).



**Abbildung 27: Sonnenneutrino-Oszillation mit  $\theta_{12}=0,57\text{rad}$  ( $33^\circ$ ), Java-Applet.**



**Abbildung 28: Sonnenneutrino-Oszillation mit  $\theta_{12}=0,7854\text{rad}$  ( $45^\circ$ ), Java-Applet.**



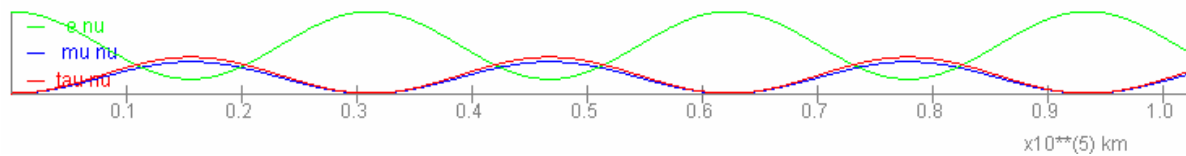
**Abbildung 29: Sonnenneutrino-Oszillation mit  $\theta_{12}=1,0\text{rad}$  ( $57^\circ$ ), Java-Applet.**

Für  $\theta_{12} = 45^\circ$  geht die Wahrscheinlichkeit für die Messung eines Elektron-Neutrinos wie näherungsweise bei Einstellung E2 am Minimum auf den Wert 0 zurück. Für  $\theta_{12} = 33^\circ$  und für  $\theta_{12} = 57^\circ$  ist die Wahrscheinlichkeit für die Messung eines Elektron-Neutrinos nach einer

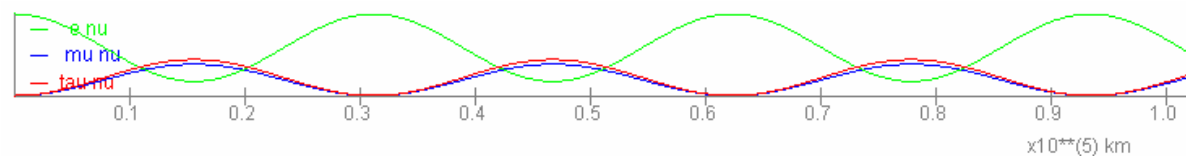
halben Elektron-Neutrino-Periode ähnlich erhöht wie für Einstellung E1 und E3 am Pendel gemessen wurde. Die Oszillation scheint hier spiegelsymmetrisch an  $\theta_{12}=45^\circ$  zu sein. Deshalb ergeben  $\theta_{12}=33^\circ$  und  $\theta_{12}=57^\circ$  das gleiche Bild der Neutrino-Oszillation.

Betrachtet man jedoch die Myon-Pendel- und Tau-Pendel-Schwebung, stellt man fest, dass die Tau-Pendel-Schwebung innerhalb der gesamten Oszillation eine höhere Amplitude aufweist als das Myon Pendel.

Durch eine zusätzliche Veränderung des  $\theta_{23}$ -Wertes, abweichend von den Literaturwerten (Tabelle 2), auf  $0,82\text{rad}$  ( $47^\circ$ ) konnte eine höhere Übereinstimmung zwischen den Oszillationsbildern des Java-Applets und den Schwebungsbildern des Pendels erreicht werden. In Abbildung 30 und Abbildung 31 sind die Oszillationsbilder zu sehen, die der Interpretation von Einstellung E1 und E3 entsprechen.



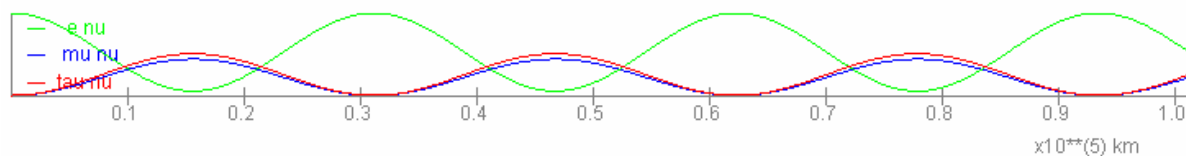
**Abbildung 30: Sonneneutrino-Oszillation mit  $\theta_{12}=1,0\text{rad}$  ( $57^\circ$ ) und  $\theta_{23}=0,82\text{rad}$  ( $47^\circ$ ), Java-Applet.**



**Abbildung 31: Sonneneutrino-Oszillation mit  $\theta_{12}=0,57\text{rad}$  ( $33^\circ$ ) und  $\theta_{23}=0,82\text{rad}$  ( $47^\circ$ ), Java-Applet.**

Außerdem kann auch gezeigt werden, dass die Einstellungen des Kopplungsparameter K1 nur grob Oszillationsbildern des Java-Applets zugeordnet werden können.

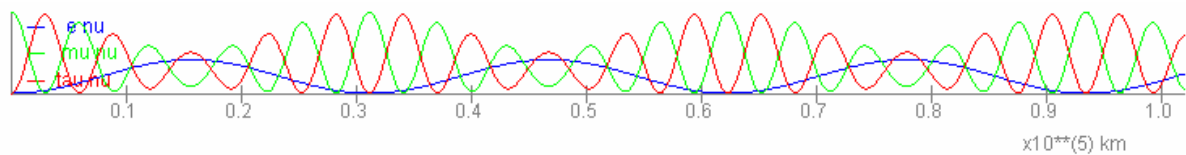
Aus Abbildung 32 wird deutlich, dass Einstellung E2 auch als ein Mischungswinkel von  $\theta_{12}=0,67\text{rad}$  ( $38,4^\circ$ ) gedeutet werden kann, denn hier geht nach einer halben Elektron-Neutrino-Periode die Wahrscheinlichkeit für die Messung eines Elektron-Neutrinos ebenfalls fast auf Null zurück.



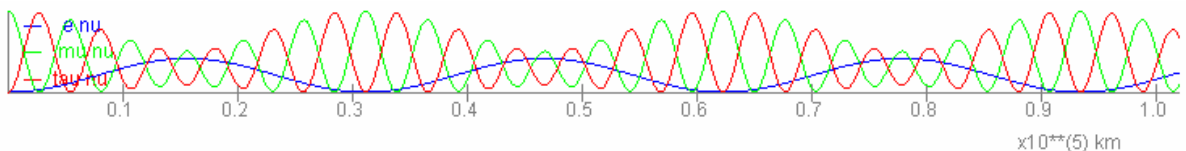
**Abbildung 32: Sonneneutrino-Oszillation mit  $\theta_{12}=0,67\text{rad}$  ( $38,4^\circ$ ) und  $\theta_{23}=0,82\text{rad}$  ( $47^\circ$ ), Java-Applet.**

Damit wurde nachgewiesen, dass der Kopplungsparameter K1 den Mischungswinkel  $\theta_{12}$  in der Sonneneutrino-Oszillation im Bereich von  $33^\circ$  bis  $57^\circ$  gut darstellen kann. Dabei musste jedoch zusätzlich der Mischungswinkel  $\theta_{23}$ , abweichend von den Literaturwerten (Tabelle 2), auf  $47^\circ$  verstellt werden.

Die Erscheinung der Spiegelsymmetrie lässt sich jedoch nicht verallgemeinern, denn bereits in der atmosphärischen Neutrino-Oszillation sagt das Java-Applet unterschiedliche Oszillationen für  $\theta_{12}=33^\circ$  und  $\theta_{12}=57^\circ$  voraus (Abbildung 33, Abbildung 34).



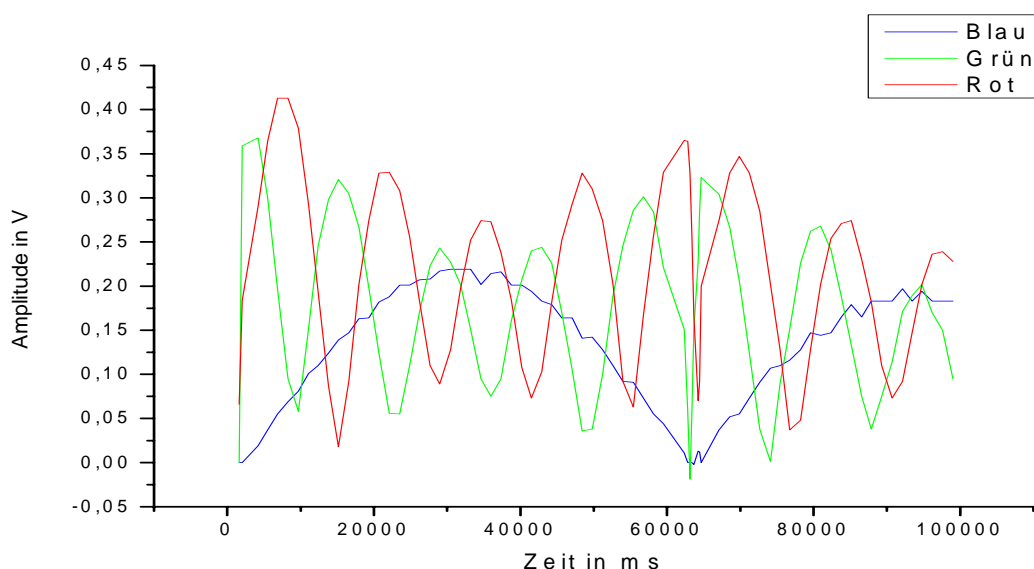
**Abbildung 33: Atmosphärische Neutrino-Oszillation mit  $\theta_{12}=0,57\text{rad}$  ( $33^\circ$ ), Java-Applet.**



**Abbildung 34: Atmosphärische Neutrino-Oszillation mit  $\theta_{12}=1,0\text{rad}$  ( $57^\circ$ ), Java-Applet.**

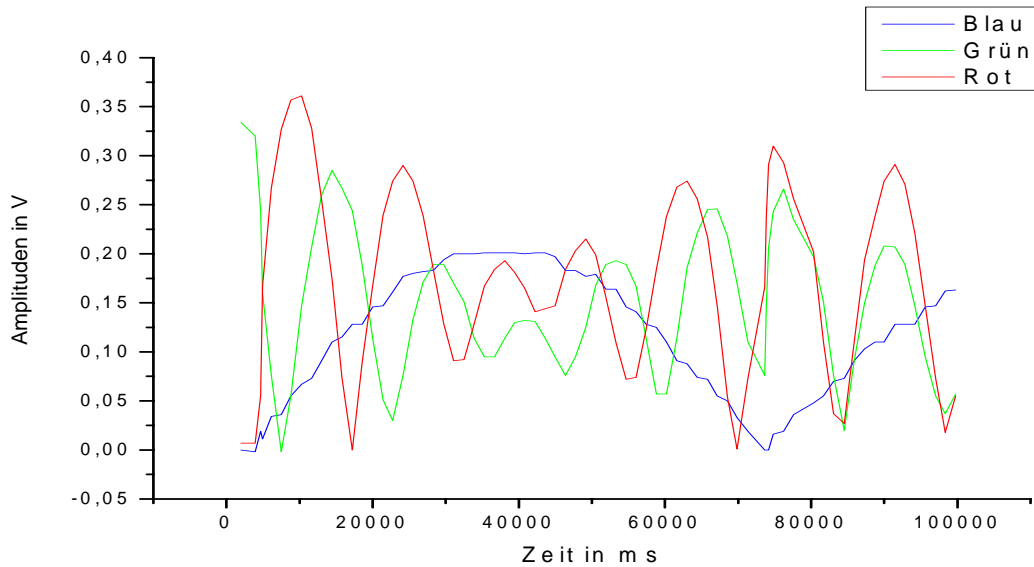
Die Abbildungen zeigen, dass bei  $\theta_{12}=1,0\text{rad}$  ( $57^\circ$ ) nach einer halben Elektron-Neutrino-Periode die Myon-Neutrino-Wahrscheinlichkeit gegenüber den Tau- und Elektron-Neutrino-Wahrscheinlichkeiten überwiegen. Bei  $\theta_{12}=0,57\text{rad}$  ( $33^\circ$ ) überwiegt dagegen die Tau-Neutrino-Wahrscheinlichkeit gegenüber den Myon- und Elektron-Neutrino-Wahrscheinlichkeiten.

$\theta_{12}=0,57\text{rad}$  ( $33^\circ$ ) ließ sich sehr gut mit Einstellung E3 vergleichen (Abbildung 35). Einstellung E3 zeigt nach einer halben Elektron-Pendelperiode, dass die als Wahrscheinlichkeit gedeutete Amplitude des Elektron-Pendels unter der Amplitude des Tau-Pendels und über der Amplitude des Myon-Pendels liegt.



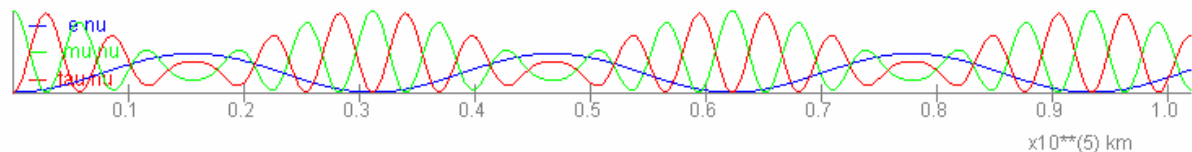
**Abbildung 35: Schwebungsbild von Kopplungsparameter K1 in Einstellung E3. Das Myon-Pendel ist der Initiator.**

Einstellung E2 zeigt eine Schwebung (Abbildung 36) bei der nach einer halben Elektron-Pendel-Schwebungsperiode die Elektron-Pendel-Schwebung gegenüber den anderen überwiegt.



**Abbildung 36: Schwebungsbild des Kopplungsparameters K1 in Einstellung E2. Das Myon-Pendel wird zum Zeitpunkt 0 angestoßen.**

Das Schwebungsbild kann so interpretiert werden, dass nach einer halben Elektron-Neutrino-Periode die Wahrscheinlichkeit für die Messung eines Elektron-Neutrinos überwiegt. Dieses Oszillationsbild weist weitgehende Übereinstimmung mit der atmosphärischen Neutrino-Oszillation aus dem Java-Applet bei  $\theta_{12}=0,67\text{rad}$  ( $38,4^\circ$ ) auf (Abbildung 37).

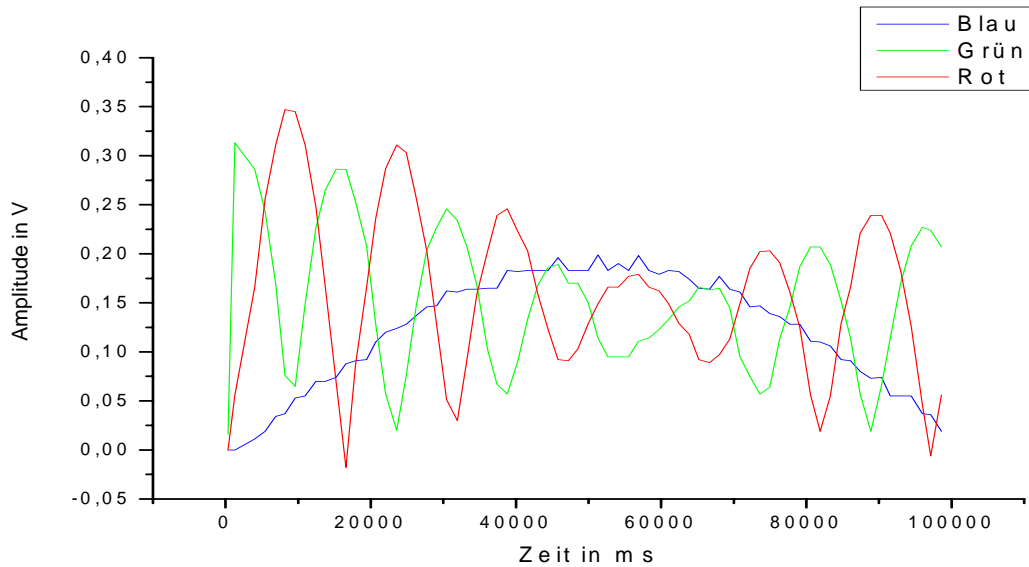


**Abbildung 37: Atmosphärische Neutrino-Oszillation mit  $\theta_{12}=0,67\text{rad}$  ( $38,4^\circ$ ), Java-Applet.**

Auch hier überwiegt nach einer halben Elektron-Neutrino-Periode die Wahrscheinlichkeit für die Messung eines Elektron-Neutrinos gegenüber den anderen Neutrino-Flavours.

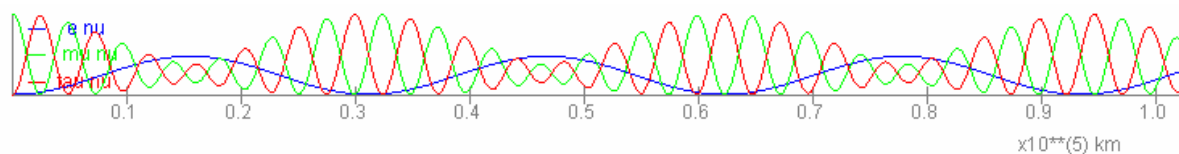
Einstellung E1 erzeugt dagegen ein scheinbar verwirrendes Bild (Abbildung 38). Zuerst muss festgestellt werden, dass der Schwebungsfaktor 5 trotz der Berücksichtigung des QMWs nicht beibehalten wurde. Der Schwebungsfaktor liegt hier bei ungefähr 6,5. Dies muss im Vergleich mit dem Java-Applet berücksichtigt werden.

Ein weiteres wichtiges Merkmal dieser Schwebung ist, dass das Tau-Pendel ein Maximum zeitgleich mit dem Elektron-Pendel-Maximum hat.



**Abbildung 38: Schwebungsbild des Kopplungsparameters K1 in Einstellung E1 mit dem Myon-Pendel als Startpendel.**

Bei Anpassung des Verhältnisses der Massendifferenzen an einen Schwebungsfaktor 6,5 ergibt sich im Vergleich mit dem Java-Applet ein zum Schwebungsbild korrelierendes Oszillationsbild bei dem Mischungswinkel  $\theta_{12}=0,9\text{rad}=51,6^\circ$  (Abbildung 39).



**Abbildung 39: Atmosphärische Neutrino-Oszillation mit  $\theta_{12}=0,9\text{rad}$  ( $51,6^\circ$ ), Java-Applet.**

$\theta_{12}$  lässt sich damit am Pendel in einem eingeschränkten Bereich verwirklichen. Für die Sonnenneutrino-Oszillation geht dieser Bereich von  $\theta_{12}=0,57\text{rad}$  ( $33^\circ$ ) bis  $\theta_{12}=1,0\text{rad}$  ( $57^\circ$ ), für die atmosphärische Neutrino-Oszillation geht dieser Bereich von  $\theta_{12}=0,57\text{rad}$  ( $33^\circ$ ) bis  $\theta_{12}=0,9\text{rad}$  ( $51,6^\circ$ ).

In den Untersuchungen des Kopplungsparameters K1 mit dem Elektron-Pendel als Initiator wurde festgestellt, dass durch das Abweichen von dem Literaturwert für  $\theta_{23}$  von  $45^\circ$  auf  $47^\circ$  eine bessere Übereinstimmung von Schwebungsbildern und Neutrino-Oszillationsbildern erreicht wurde. Diese Abweichung des Mischungswinkels  $\theta_{23}$  wurde auch in den Untersuchungen mit dem Myon-Pendel als Initiator berücksichtigt. Die Oszillationsbilder der atmosphärischen Neutrino-Oszillation mit einem Schwebungsfaktor von etwa 5 weisen bei einer Variation des Mischungswinkels  $\theta_{23}$  von  $45^\circ$  auf  $47^\circ$  nur geringe Veränderungen auf. Man kann davon ausgehen, dass für Kopplungsparameter K1 der Mischungswinkel  $\theta_{23}$  wahrscheinlich allgemein erhöht ( $47^\circ$ ) ist.

Für die simulierte Sonnenneutrino-Oszillation waren Einstellung E1 und E3 identisch, denn für diese Oszillation tritt eine Spiegelsymmetrie von  $\theta_{12}$  an  $45^\circ$  auf. Es ist jedoch davon aus-

zugehen, dass Einstellung E1 und E3 zu unterschiedlichen Mischungswinkeln  $\theta_{12}$  korrelieren. Deshalb wurden aus den Ergebnissen der Untersuchung der atmosphärischen Neutrino-Oszillation Rückschlüsse auf die Sonnenneutrino-Oszillation gezogen. Bei der Untersuchung der atmosphärischen Neutrino-Oszillation wurde Einstellung E3 dem Mischungswinkel  $\theta_{12}=33^\circ$  zugeordnet. Diese Zuordnung war auch bei der Sonnenneutrino-Oszillation möglich, denn Einstellung E3 korrelierte entweder zu  $\theta_{12}=33^\circ$  oder zu  $\theta_{12}=57^\circ$ . Es wird geschlussfolgert, dass Einstellung E3 allgemein zu  $\theta_{12}=33^\circ$  korreliert. Wenn Einstellung E3  $\theta_{12}=33^\circ$  zugeordnet wird, dann muss Einstellung E1 für die Sonnenneutrino-Oszillation dem spiegelsymmetrischen  $\theta_{12}$ -Wert zugeordnet werden. Einstellung E1 korreliert zum Mischungswinkel  $\theta_{12}=57^\circ$ .

Einstellung E1 wurde in den Betrachtungen der Sonnenneutrino-Oszillation und den Betrachtungen der atmosphärischen Neutrino-Oszillation zwei unterschiedlichen Mischungswinkeln  $\theta_{12}$  zugeordnet. Einstellung E1 entspricht jedoch vermutlich nur einem Mischungswinkel  $\theta_{12}$ . Die Ursache für die unterschiedliche Zuordnung sind wahrscheinlich Messungenauigkeiten. Der tatsächliche Mischungswinkel-Wert für Einstellung E1 liegt vermutlich zwischen den zugeordneten Werten.

Das Szenario der atmosphärischen Oszillation am Pendel hat auch gezeigt, dass die Einstellung des Kopplungsparameters K1 unter Berücksichtigung des QMWs nicht immer erfolgreich den Schwebungsfaktor 5 erhalten hat. In Abbildung 38 wird deutlich, dass das QMW anscheinend nicht die passende Art der Mittelung von Kopplungshöhen darstellt. Deswegen wurde im weiteren Verlauf auch die Mittelung über das AMW mit betrachtet.

In der folgenden Tabelle sollen noch einmal die Ergebnisse der Untersuchung des Mischungswinkels  $\theta_{12}$  zusammenfassend dargestellt werden (Tabelle 12).

**Tabelle 12: Einstellungen des Kopplungsparameters K1 werden Winkelgrößen von  $\theta_{12}$  zugeordnet.**

Kopplungsparameter K1	Sonnenneutrino-Oszillation	Atmosphärische Neutrino-Oszillation
	für $\theta_{12}$	für $\theta_{12}$
Einstellung E1	57°	51,6°
Einstellung E2	38,4° möglich	38,4°
Einstellung E3	33°	33°
Bei $\theta_{23}=47^\circ$		

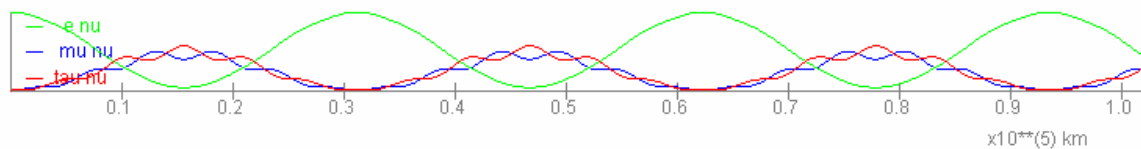
#### 5.4.2 Untersuchung des Mischungswinkels $\theta_{13}$

Nach dem Prinzip, mit dem Kopplungsparameter K2 variiert wird, wurden Einstellungen festgelegt, um mit diesen Einstellungen Schwebungsbilder aufzuzeichnen und diese anschließend qualitativ mit den Neutrino-Oszillationsbildern des Java-Applets vergleichen zu können. Hierbei wurde, im Gegensatz zur Untersuchung des Mischungswinkels  $\theta_{12}$ , das AMW zum Fixieren des Schwebungsfaktors verwendet (siehe Abschnitt 5.4). Für alle Einstellungen galt, dass die lange Feder zwischen Myon-Pendel und Tau-Pendel horizontal ist und eine Kopplungshöhe von 0,3 m hat.

- Einstellung E1: Die kurze Feder zwischen Myon- und Elektron-Pendel hat eine Kopplungshöhe von 0,355 m und die kurze Feder zwischen Tau- und Elektron-Pendel hat eine Kopplungshöhe von 0,275 m.
- Einstellung E2: Die kurze Feder zwischen Myon- und Elektron-Pendel hat eine Kopplungshöhe von 0,395 m und die kurze Feder zwischen Tau- und Elektron-Pendel hat eine Kopplungshöhe von 0,235 m.
- Einstellung E3: Die kurze Feder zwischen Myon- und Elektron-Pendel hat eine Kopplungshöhe von 0,435 m und die kurze Feder zwischen Tau- und Elektron-Pendel hat eine Kopplungshöhe von 0,195 m.

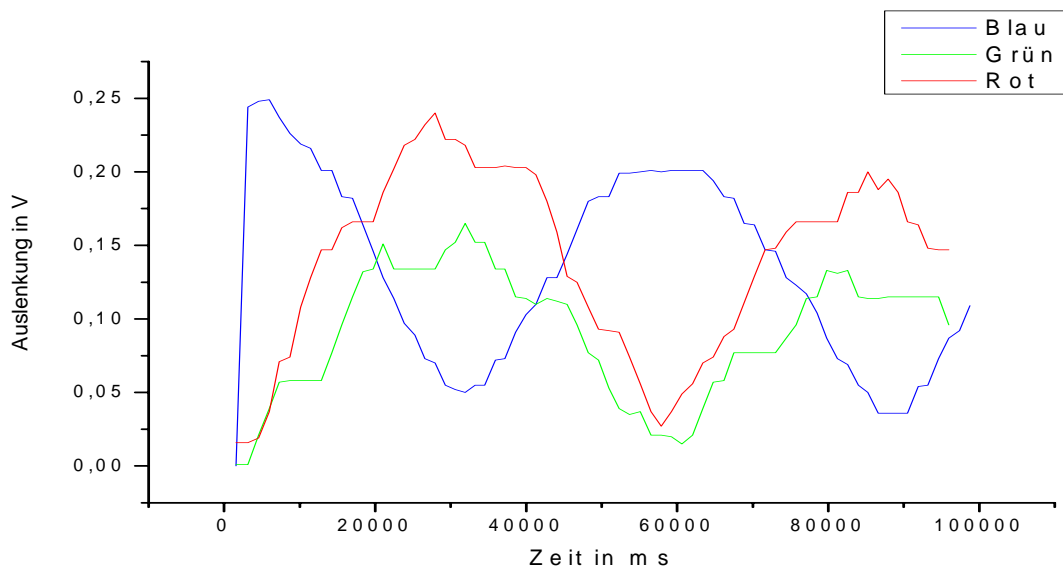
Die Pendel-Oszillation wurde für jede Einstellung und für jede Startsituation (d.h. für die Initiatoren Myon-Pendel und Elektron-Pendel) aufgenommen. Die entstehenden Bilder wurden mit denen des Java-Applets verglichen.

Eine Variation von  $\theta_{13}$  im Java-Applet bewirkt für die Sonnenneutrino-Oszillation, dass sie kleine zusätzliche „Wellen“ zwischen Tau- und Myon-Neutrino-Oszillation aufweist (Abbildung 40).



**Abbildung 40: Sonnenneutrino-Oszillation mit  $\theta_{13} = 0,1 \text{ rad (5,7}^\circ)$ , Java-Applet.**

Ähnliche Effekte wie diese „Wellen“ konnten auch am Pendel mit Einstellung E3 erreicht werden, jedoch sind hier Myon- und Tau-Pendel in y-Richtung gegeneinander verschoben (Abbildung 41). Einstellung E1 und E2 werden hier nicht weiter betrachtet, da die Auswirkungen auf die Schwebung sehr gering waren und keine deutlichen Unterschiede von Einstellung zu Einstellung zu erkennen waren.

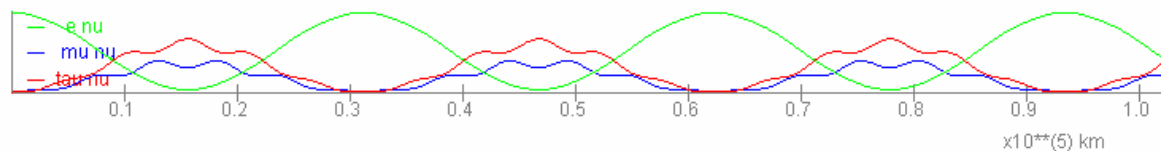


**Abbildung 41: Schwebungsbild der Einstellung E3 des Kopplungsparameters K2. Das Elektron-Pendel fungiert als Initiator.**

Die Farben sind den Pendeln zugeordnet und stimmen damit nicht mit der Farbgebung aus Abbildung 40 überein, denn dort wurden Myon-Neutrinos blau dargestellt und Elektron-Neutrinos grün.

In Abbildung 41 sind Plateaus in der Myon- und Tau-Pendel-Schwebung zu erkennen, die nicht synchron sondern versetzt sind. Sie können als „Wellen“ zwischen Myon- und Tau-Neutrino-Oszillation gedeutet werden, wie sie auch theoretisch im Java-Applet für die Neutrinos vorhergesagt sind. Erschwert ist dieser qualitative Vergleich dadurch, dass die Myon-Pendel-Schwebung und die Tau-Pendel-Schwebung in y-Richtung versetzt sind. Es wurde bisher kein Weg gefunden, diesen ungewollten Effekt am Pendel zu vermeiden.

Der Effekt kann aber trotzdem als Neutrino-Oszillation interpretiert werden. Aus diesem Schwebungsbild lässt sich ablesen, dass die Wahrscheinlichkeit für die Messung eines Tau-Neutrinos in der Sonnenneutrino-Oszillation generell höher ist als die Wahrscheinlichkeit für die Messung eines Myon-Neutrinos. Eine solche Neutrino-Oszillation kann man auch unter bestimmten Bedingungen im Java-Applet hervorrufen. Dazu muss man einen weiteren Parameter verändern. Es wurde herausgefunden, dass bei  $\theta_{13}=0,1\text{rad}$  ( $5,7^\circ$ ) und  $\theta_{23}=0,9\text{rad}=51,6^\circ$ , abweichend von den Literaturwerten, eine bessere Übereinstimmung mit dem Effekt am Pendel erzielt wird. Die auf diese Weise angepasste Sonnenneutrino-Oszillation hat folgendes Bild (Abbildung 42).



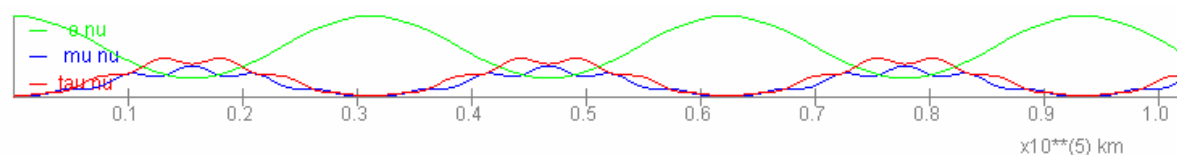
**Abbildung 42: Sonnenneutrino-Oszillation mit  $\theta_{13}=0,1\text{rad}$  ( $5,7^\circ$ ) und  $\theta_{23}=0,9\text{rad}$  ( $51,6^\circ$ ), Java-Applet.**

Die „Wellen“ zwischen der Wahrscheinlichkeit für Tau- und Myon-Neutrinos bleiben trotz der Veränderung des Mischungswinkels  $\theta_{23}$  erhalten. Zusätzlich ist zu bemerken, dass die Wahrscheinlichkeit für die Messung eines Tau-Neutrinos allgemein gestiegen ist gegenüber der Wahrscheinlichkeit für die Messung eines Myon-Neutrinos.

Damit scheint die Pendel-Einstellung E3 wesentlich besser  $\theta_{13}=0,1\text{rad}$  ( $5,7^\circ$ ) und  $\theta_{23}=0,9\text{rad}$  ( $51,6^\circ$ ) der Sonnenneutrino-Oszillation im Java-Applet darzustellen.

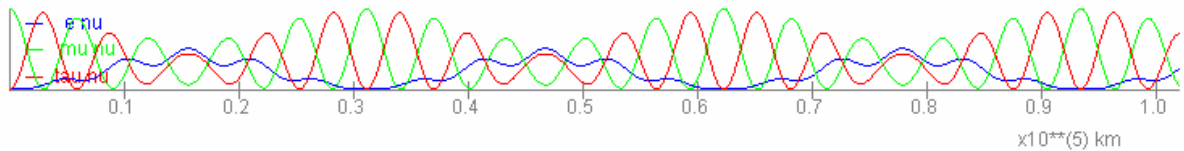
Wenn man hier zum Vergleich das Sonnenneutrino-Oszillationsbild des Java-Applets für den betragsmäßig gleichen, aber negativen Wert für  $\theta_{13}$  (also  $-0,1\text{rad}$  oder  $-5,7^\circ$ ) mit dem Schwebungsbild des Pendels vergleicht, stellt man eine Diskrepanz fest.

Nach einer halben Elektron-Neutrino-Periode sieht man eine Überschneidung der Tau-Neutrino-Oszillation und der Myon-Neutrino-Oszillation (Abbildung 43). Im Schwebungsbild (Abbildung 41) findet man dagegen keine Überschneidung von Myon-Pendel- und Tau-Pendel-Schwebung.



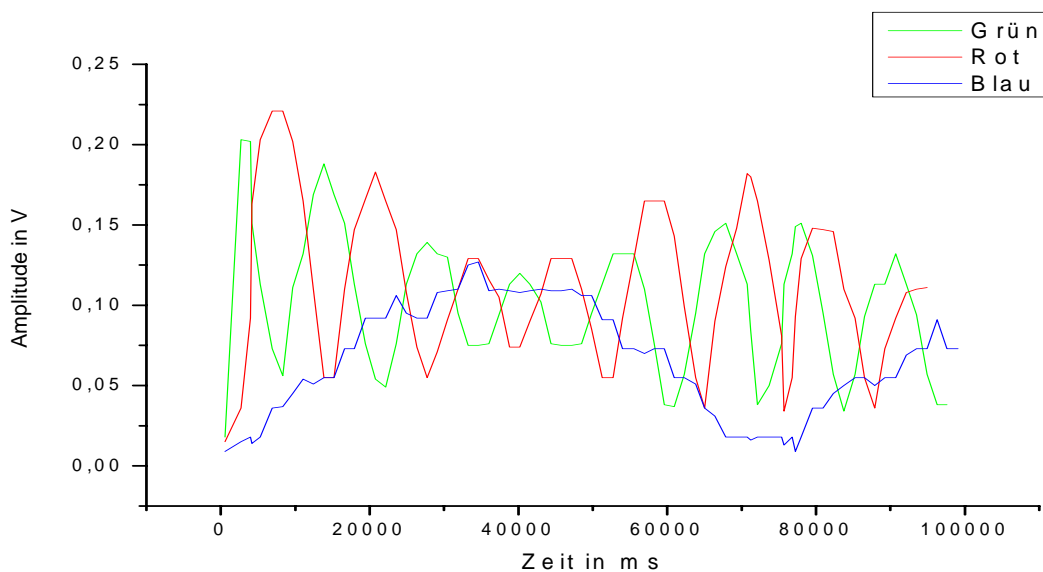
**Abbildung 43: Sonnenneutrino-Oszillation mit  $\theta_{13}=-0,1\text{rad}$  ( $-5,7^\circ$ ) und  $\theta_{23}=0,9\text{rad}$  ( $51,6^\circ$ ), Java-Applet.**

Für die atmosphärische Neutrino-Oszillation bewirkt  $\theta_{13}$ , dass es zusätzliche „Wellen“ auf der Elektron-Neutrino-Oszillation gibt (Abbildung 44).



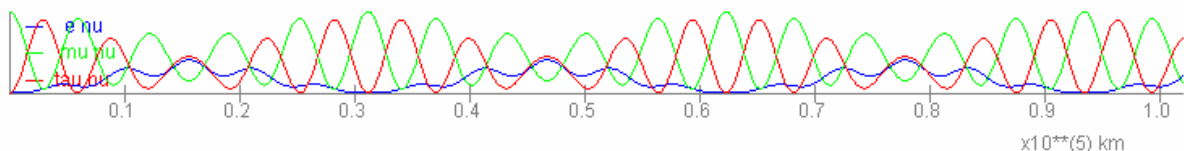
**Abbildung 44: Atmosphärische Neutrino-Oszillation mit  $\theta_{13} = -0,1 \text{ rad } (-5,7^\circ)$ , Java-Applet.**

Auf der Abbildung ist zu erkennen, dass sich bei einer Variation von  $\theta_{13}$  die Oszillation von Tau- und Myon-Neutrino nur unwesentlich verändert. Die Elektron-Neutrino-Oszillation weist dagegen eine „Wellung“ auf, die jedoch nicht den Schwebungsfaktor 5 beeinflusst. Tatsächlich war es möglich ähnliche Effekte am Pendel zu erzeugen. So zeigt Einstellung E3 folgende Schwebung für den Myon-Pendel-Initiator, die als atmosphärische Neutrino-Oszillation gedeutet werden kann (Abbildung 45).



**Abbildung 45: Schwebungsbild des Kopplungsparameters K2 in Einstellung E3. Das Myon-Pendel ist der Initiator.**

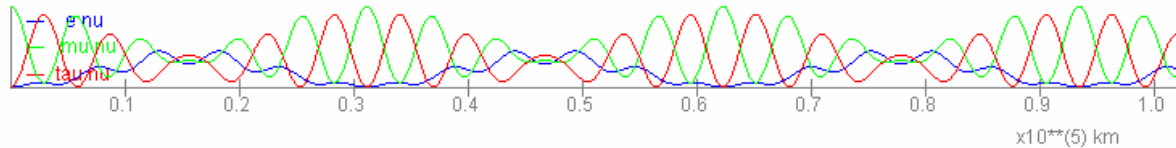
Die „Wellung“ der Elektron-Pendel-Schwebung ist ein Indiz dafür, dass  $\theta_{13}$  auch bei der atmosphärischen Neutrino-Oszillation durch das Pendel dargestellt werden kann. Jedoch ist zu bemerken, dass die Myon-Neutrino-Oszillation im Oszillationsbild des Java-Applets sich nach einer halben Elektron-Neutrino-Periode wesentlich stärker der Wahrscheinlichkeit Null annähert als es aus dem Schwebungsbild des Pendels ersichtlich wird. Auch hier stellt sich wieder heraus, dass ein  $\theta_{23}$  von  $0,9 \text{ rad } (51,6^\circ)$  mit der am Pendel gemessenen Oszillation besser übereinstimmt (Abbildung 46).



**Abbildung 46: Atmosphärische Neutrino-Oszillation mit  $\theta_{13} = -0,1 \text{ rad } (-5,7^\circ)$ ;  $\theta_{23} = 0,9 \text{ rad } (51,6^\circ)$ , Java-Applet.**

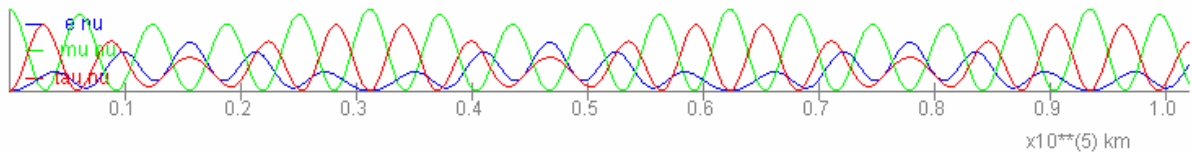
Die Verbesserung besteht darin, dass bei  $\theta_{23}=0,9\text{rad}$  ( $51,6^\circ$ ) nach einer halben Elektron-Neutrino-Periode die Myon-Neutrino-Wahrscheinlichkeit nicht so stark auf einen Wert von Null absinkt.

Die Neutrino-Oszillationen, die in Abbildung 44 und Abbildung 46 dargestellt sind, beziehen sich auf ein negatives  $\theta_{13}$ . Das betragsmäßig gleiche, aber positive  $\theta_{13}$  verändert das Bild der Oszillation, sodass es nicht mit dem Schwebungsbild des Pendels in seiner Deutung übereinstimmt (Abbildung 47). In dieser Abbildung ist zu erkennen, dass alle Neutrino-Flavours nach einer halben Elektron-Neutrino-Periode in etwa die gleiche Wahrscheinlichkeit ihrer Messung aufweisen. Dies entspricht nicht der Interpretation des Schwebungsbildes (Abbildung 45).



**Abbildung 47: Atmosphärische Neutrino-Oszillation mit  $\theta_{13}=0,1\text{rad}$  ( $5,7^\circ$ ) und  $\theta_{23}=0,9\text{rad}$  ( $51,6^\circ$ ), Java-Applet.**

Die Messung der Einstellung E3 stellt die maximal mögliche Veränderung am Pendel dar. Stärkere Veränderungen sind mit den bisherigen Ansätzen unmöglich. Dadurch werden auch die Grenzen des Neutrino-Pendels deutlich. Ein  $\theta_{13}$  von  $-0,3\text{rad}$  ( $-17,2^\circ$ ) wäre am Pendel unmöglich zu realisieren (Abbildung 48).



**Abbildung 48: Atmosphärische Neutrino-Oszillation mit  $\theta_{13}=-0,3\text{rad}$  ( $-17,2^\circ$ ), Java-Applet.**

Derartige Schwebungen konnten mit dem Pendel bisher nicht dargestellt werden.

$\theta_{13}$  lässt sich am Pendel in einem eingeschränkten Bereich und nur abweichend von den Literaturwerten für  $\theta_{23}$  darstellen. Dieser Bereich liegt für Sonnenneutrino-Oszillation in etwa zwischen  $\theta_{13}=0\text{rad}$  und  $\theta_{13}=0,1\text{rad}$  ( $5,7^\circ$ ) und für die atmosphärische Neutrino-Oszillation zwischen  $\theta_{13}=0\text{rad}$  und  $\theta_{13}=-0,1\text{rad}$  ( $-5,7^\circ$ ). Ungeklärt ist bisher, warum bei den atmosphärischen Neutrinos der negative  $\theta_{13}$ -Bereich am Pendel dargestellt werden konnte und bei den Sonnenneutrinos der positive (Tabelle 13).

In der Untersuchung des Mischungswinkels  $\theta_{12}$  wurde der Mischungswinkel  $\theta_{23}$  allgemein auf  $47^\circ$  gestellt. Dagegen wurde in der Untersuchung des Mischungswinkels  $\theta_{13}$  der Mischungswinkel  $\theta_{23}$  auf  $51,6^\circ$  gestellt. Diese Diskrepanz erscheint unlogisch und ist vermutlich auf Messungenauigkeiten zurückzuführen.

**Tabelle 13: Die Einstellung E3 des Kopplungsparameters K2 konnte einem Winkel  $\theta_{13}$  von  $\pm 5,7^\circ$  unter der Bedingung, dass  $\theta_{23}=51,6^\circ$  ist, zugeordnet werden.**

Kopplungsparameter K2	Sonnenneutrino-Oszillation	Atmosphärische Neutrino-Oszillation
	für $\theta_{13}$	für $\theta_{13}$
Einstellung E3	0,1rad=5,7°	-0,1rad=-5,7°
Für $\theta_{23}=0,9\text{rad}=51,6^\circ$		

Die im Pendel simulierte atmosphärische Neutrino-Oszillation zeigt auch auf, in wie weit sich der AMW für die Variation von Kopplungsparameter K2 eignet, den Schwebungsfaktor 5 zu erhalten. Abbildung 45 zeigt, dass der Schwebungsfaktor hier zwischen 5 und 6 liegt. Diese Genauigkeit wird als ausreichend befunden. Deswegen werden die Einstellungen der Kopplungsparameter im folgendem unter Berücksichtigung des AMWs festgelegt.

### 5.4.3 Untersuchung des Mischungswinkels $\theta_{23}$

Dem Kopplungsparameter K3 lag das Prinzip zu Grunde, dass die kurzen Federn auf gleicher Höhe und in horizontaler Stellung belassen werden und nur die lange Feder schräg gestellt wird. Unter Berücksichtigung des AMWs wurden Pendeleinstellungen für den Kopplungsparameter K3 gefunden und untersucht.

Allgemein wurden die kurzen Federn zwischen Myon- bzw. Tau-Pendel und Elektron-Pendel auf eine Kopplungshöhe von 0,315 m eingestellt, damit der Schwebungsfaktor 5 eingehalten werden kann. Für die die Kopplungshöhe der langen Feder wurde versucht die mittlere Kopplungshöhe von 0,3 m einzuhalten.

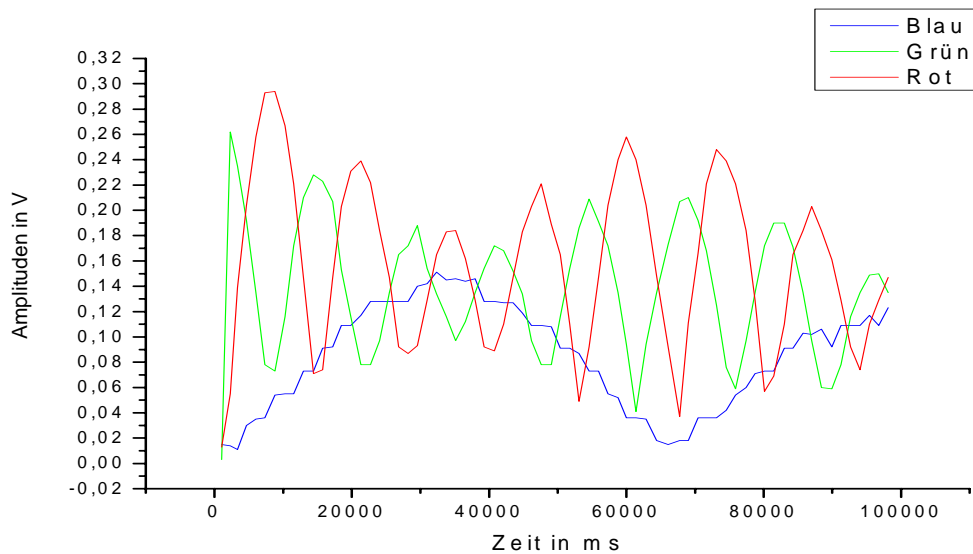
- Einstellung E1: Die lange Feder zwischen Tau- und Myon-Pendel ist schräg gestellt. Am Myon-Pendel hat sie die Kopplungshöhe 0,34 m und am Tau-Pendel die Kopplungshöhe 0,26 m.
- Einstellung E2: Die lange Feder zwischen Tau- und Myon-Pendel ist schräg gestellt. Am Myon-Pendel hat sie die Kopplungshöhe 0,38 m und am Tau-Pendel die Kopplungshöhe 0,22 m.
- Einstellung E3: Die lange Feder zwischen Tau- und Myon-Pendel ist schräg gestellt. Am Myon-Pendel hat sie die Kopplungshöhe 0,42 m und am Tau-Pendel die Kopplungshöhe 0,18 m.

Für Kopplungsparameter K3 wurden diese drei Einstellungen E1 bis E3 für die Simulation der atmosphärischen Neutrino-Oszillation verwendet. Zusätzlich wurde ein vierter Versuch durchgeführt, der das Elektron-Pendel als Initiator hatte und damit die Sonnenneutrino-Oszillation simuliert. Dieser Versuch war eine Überprüfung, denn es wurde vermutet, dass die Kopplungsparameter K3-Einstellungen am Pendel dort keine Veränderung hervorrufen würden. Diese Annahme wurde in diesem Versuch bestätigt. Die Vermutung war, dass beim Anstoßen des Elektron-Pendels sich Schwingungsenergie gleichmäßig auf das Myon- und das Tau-Pendel übertragen würde, sodass diese beiden Pendel synchron schwingen würden. Diese Situation hat große Ähnlichkeit mit dem dritten Eigenmodus. Da Myon- und Tau-Pendel synchron schwingen würden, würde die lange Feder nicht beansprucht und ihre Schräglage keine Auswirkungen haben. Damit würde die Schwebung der Pendel bei jeder Einstellung des Kopplungsparameters K3 gleich aussehen.  $\theta_{23}$ -Veränderungen bewirken jedoch auch bei der Sonnenneutrino-Oszillation Veränderungen in der Neutrino-Oszillation. Diese Veränderungen konnten jedoch bisher noch nicht gezielt am Pendel erzeugt werden.

Die Pendel-Oszillation wurde für jede Einstellung mit dem Myon-Pendel als Initiator aufgenommen, was die atmosphärische Neutrino-Oszillation darstellt. Die entstehenden Schwebungsbilder wurden mit den Oszillationsbildern des Java-Applets verglichen.

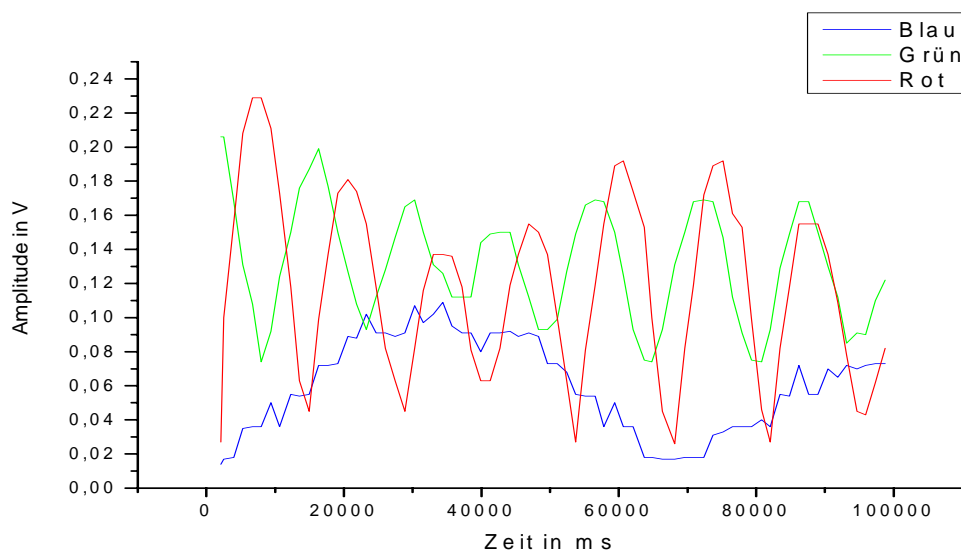
Wenn man an den Pendel-Oszillationen beobachtet, was die Einstellungen E1 bis E3 bewirken, stellt man fest, dass scheinbar die Myon-Pendel-Oszillation „abhebt“. Das heißt auf die Neutrinos übertragen, dass die Myon-Neutrino-Wahrscheinlichkeit insgesamt in positiver y-Richtung verschoben erscheint.

In Einstellung E1 sieht man, dass nach einer halben Elektron-Pendel-Schwebungsperiode der Elektron-Pendelwert genau zwischen Tau-Pendel-Schwebungsmaximum und dem Myon-Pendel-Schwebungsminimum liegt (Abbildung 49).



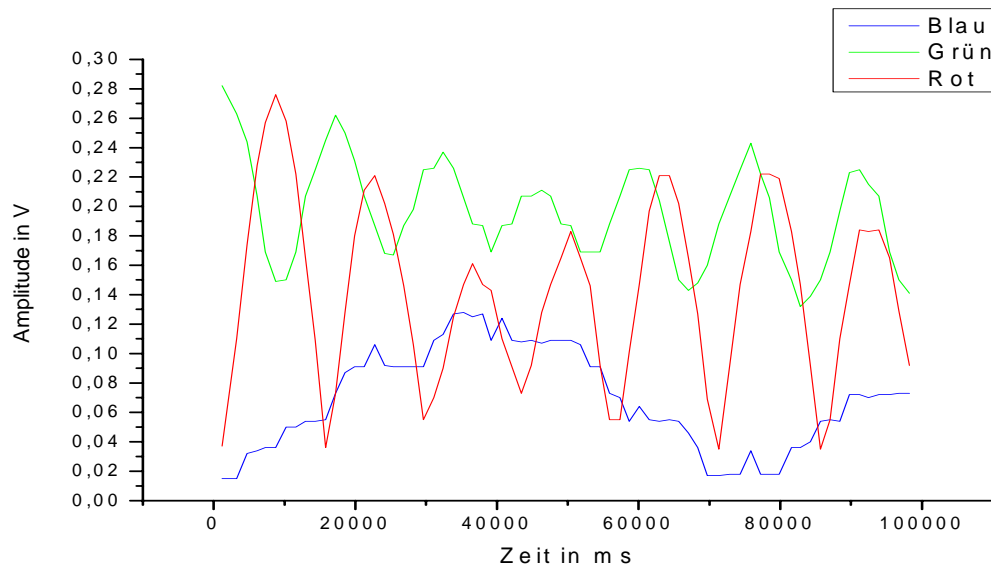
**Abbildung 49: Schwebungsbild des Kopplungsparameters K3 in Einstellung E1. Das Myon-Pendel ist der Initiator.**

Bei Einstellung E2 (Abbildung 50) zeigt sich, dass die Myon-Pendel-Schwebung sich gegenüber Einstellung E1 verändert hat. Sie überschneidet sich nicht mehr so oft mit der Elektron-Pendel-Schwebung.



**Abbildung 50: Schwebungsbild für Einstellung E2 des Kopplungsparameters K3. Das Myon-Pendel ist der Initiator.**

Bei Einstellung E3 ist das Schwebungsbild bereits stark verändert. Die Myon-Pendel-Oszillation scheint sich von den anderen Pendeln zu trennen und allgemein in positiver y-Richtung verschoben zu sein. Nach einer halben Elektron-Pendel-Schwebungsperiode überschneiden sich Tau-Pendel-Schwebung und Myon-Pendel-Schwebung nicht mehr (Abbildung 51).

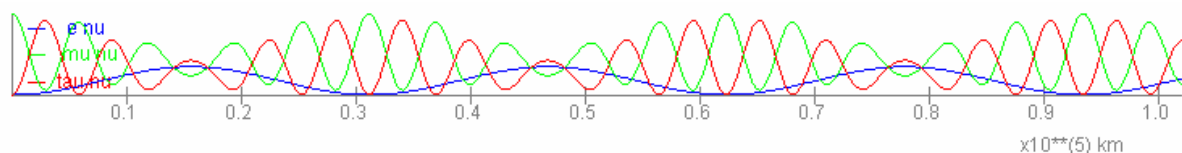


**Abbildung 51: Schwebungsbild von Einstellung E3 des Kopplungsparameters K3. Das Myon-Pendel ist der Initiator.**

In Abbildung 51 (Einstellung E3) sieht man, dass die Wahrscheinlichkeit für die Messungen eines Myon-Neutrinos im gesamten Verlauf der Neutrino-Oszillation größer ist, als die Wahrscheinlichkeit für die Messung eines Elektron-Neutrinos. Dies steht im Gegensatz zur Abbildung 49 (Einstellung E1), aus der zu erkennen war, dass nach einer halben Elektron-Neutrino-Periode die Wahrscheinlichkeit ein Elektron-Neutrino zu messen größer war als die Wahrscheinlichkeit ein Myon-Neutrino zu finden.

Vergleichbare Veränderungen verursacht auch eine Erhöhung des  $\theta_{23}$ -Wertes der Simulation des Java-Applets.

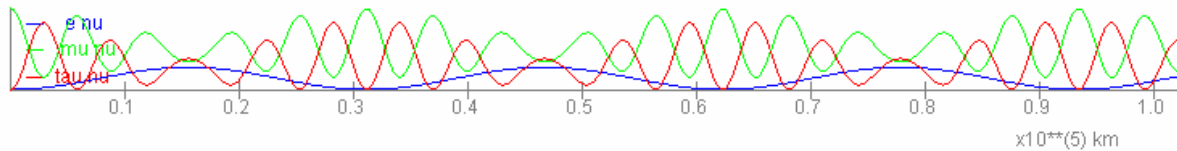
So stellt sich für  $\theta_{23}=0,9\text{rad}$  ( $51,6^\circ$ ) ein Bild dar, das Einstellung E1 sehr ähnlich ist (Abbildung 52).



**Abbildung 52: Atmosphärische Neutrino-Oszillation mit  $\theta_{23}=0,9\text{rad}$  ( $51,6^\circ$ ), Java-Applet.**

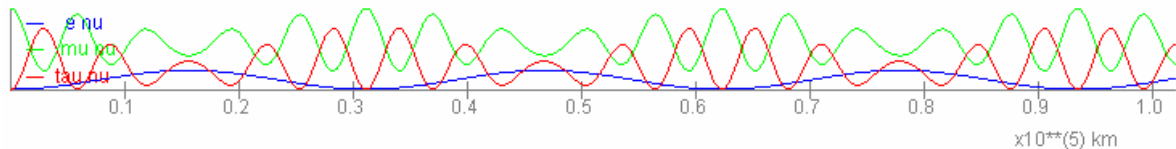
Hier liegt die Elektron-Neutrino-Wahrscheinlichkeit nach einer halben Elektron-Neutrino-Periode genau zwischen der von Tau- und Myon-Neutrino. Auf gleiche Weise wurde das Schwebungsbild der Einstellung E1 gedeutet (Abbildung 49).

Einstellung E2 kann im Java-Applet durch einen  $\theta_{23}$ -Wert von  $0,98\text{rad}$  ( $56,2^\circ$ ) sehr gut dargestellt werden, denn hier überschneiden sich Elektron-Neutrino-Oszillation und Myon-Neutrino-Oszillation nicht mehr. Jedoch überschneiden sich die Tau-Neutrino- und die Myon-Neutrino-Oszillation (Abbildung 53). Eine ähnliche Deutung lässt das Schwebungsbild der Einstellung E2 zu.



**Abbildung 53: Atmosphärische Neutrino-Oszillation mit  $\theta_{23}=0,98\text{rad}$  ( $56,2^\circ$ ), Java-Applet.**

Für  $\theta_{23}=1,03\text{rad}$  ( $59^\circ$ ) ergibt sich ein Bild der Neutrino-Oszillation im Java-Applet, dass der Einstellung E3 ähnlich ist (Abbildung 54).



**Abbildung 54: Atmosphärische Neutrino-Oszillation mit  $\theta_{23}=1,03\text{rad}$  ( $59^\circ$ ), Java-Applet.**

Hier zeigt sich, dass bei  $\theta_{23}=1,03\text{rad}$  die Tau- und die Myon-Neutrino-Oszillation sich nach einer halben Elektron-Neutrinoperiode gerade nicht mehr schneiden. Die gleiche Deutung wurde aus dem Schwebungsbild der Einstellung E3 geschlussfolgert (Abbildung 51).

Es ist möglich  $\theta_{23}$  am Pendel für atmosphärische Neutrinos mit Hilfe der Einstellungen E1 bis E3 des Kopplungsparameters K3 in einem Bereich von circa  $\theta_{23}=0,9\text{rad}$  ( $51,6^\circ$ ) bis  $\theta_{23}=1,03\text{rad}$  ( $59^\circ$ ) umzusetzen (Tabelle 14). Unmöglich ist es bisher den Mischungswinkel  $\theta_{23}$  für Sonnenneutrino-Oszillationen zu realisieren.

**Tabelle 14: Einstellungen des Kopplungsparameters K3 werden  $\theta_{23}$ -Werte zugeordnet.**

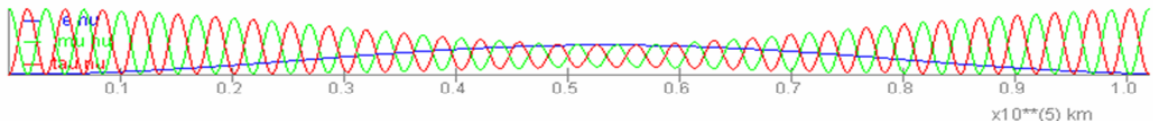
Kopplungsparameter K3	Atmosphärische Neutrino-Oszillation
	für $\theta_{23}$
Einstellung E1	$0,9=51,6^\circ$
Einstellung E2	$0,98=56,2^\circ$
Einstellung E3	$1,03=59,0^\circ$

#### 5.4.4 Abschließende Untersuchung der Mischungswinkel

In Abschnitt 5.3 wurde der Schwebungsfaktor 30 am Pendel umgesetzt und daraus eine prinzipielle Analogie zwischen Pendel-Modell und Neutrino-Oszillationstheorie abgeleitet. Nach der getrennten Untersuchung der Mischungswinkel sollte nun auch versucht werden, dem ursprünglich vor der Variation der Kopplungsparameter gemessenen Schwebungsbild (Abbildung 19) entsprechende Mischungswinkel der Theorie zuzuordnen. Das ursprüngliche Schwebungsbild entspricht einer horizontalen Position aller Federn.

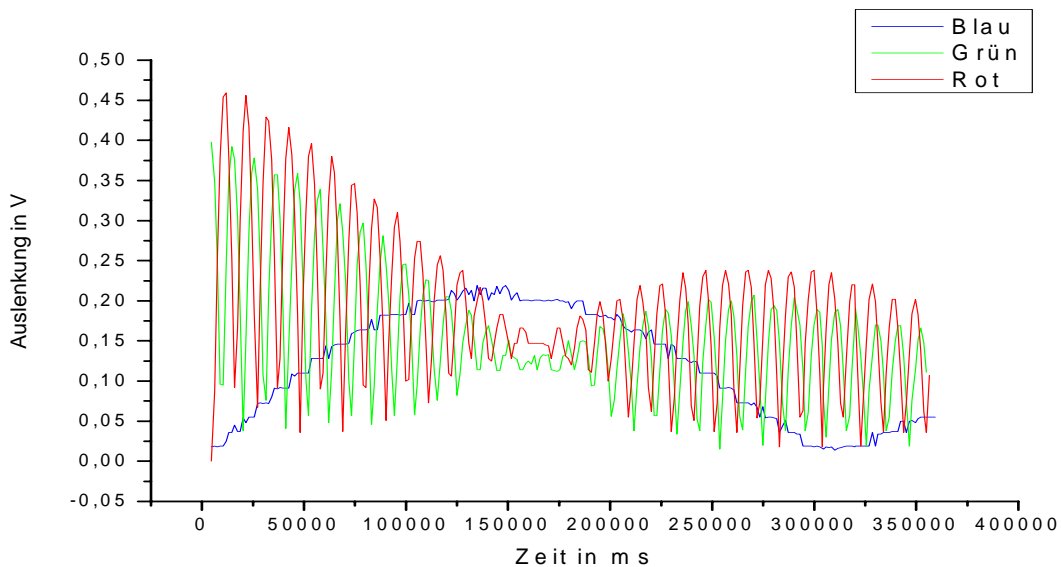
Abbildung 55 zeigt noch einmal die Ergebnisse des Java-Applets für die atmosphärische Neutrino-Oszillation unter Nutzung der Literaturwerte ( $\theta_{12}=0,61\text{rad}=35^\circ$ ,  $\theta_{13}=0^\circ$ ,

$\theta_{23}=45^\circ=0,7854\text{rad}$ ).



**Abbildung 55: Atmosphärische Neutrino-Oszillation nach den Literaturwerten, Java-Applet.**

Abbildung 56 zeigt dazu im Vergleich das aufgenommene Schwebungsbild.

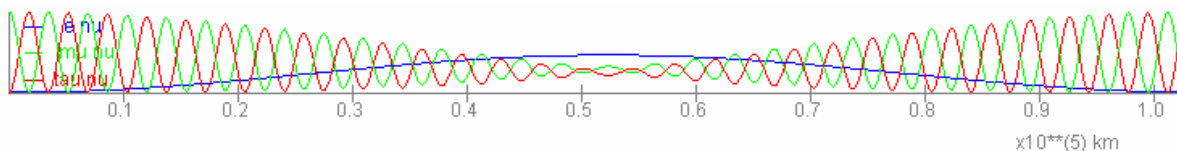


**Abbildung 56: Schwebungsbild des Pendels mit Schwebungsfaktor 30 und ohne Einstellung von Pendel- Kopplungsparametern.**

Das Verhältnis der Massendifferenzen ist als Schwebungsfaktor am Pendel umgesetzt. Jedoch weisen im Java-Applet nach einer halben Elektron-Neutrino-Periode Tau-Neutrinos und Elektron-Neutrinos die gleiche Wahrscheinlichkeit auf. Im Schwebungsbild dagegen scheint die Amplitude des Elektron-Pendels nach seiner halben Schwebungsperiode höher als die des Tau-Pendels zu sein. Außerdem scheinen zu diesem Zeitpunkt Tau- und Myon-Pendel sich in ihrer Schwebung eng zu überschneiden, was im Java-Applet mit den Literaturwerten ebenfalls nicht zu erkennen ist.

Eine ähnliche Oszillation, wie sie das Schwebungsbild bei horizontaler Position aller Federn zeigt, konnte im Java-Applet unter Abweichung von den Literaturwerten nachempfunden werden.

Dabei hat  $\theta_{12}$  die Winkelgröße  $43^\circ=0,75\text{rad}$ ,  $\theta_{13}$   $0^\circ$  und  $\theta_{23}$  den Wert von  $47^\circ=0,82\text{rad}$  (Abbildung 57).



**Abbildung 57: Atmosphärische Neutrino-Oszillation mit  $\theta_{12}=0,75\text{rad}$  ( $43^\circ$ ),  $\theta_{13}=0^\circ$  und  $\theta_{23}=0,82\text{rad}$  ( $47^\circ$ ), Java-Applet.**

Aus dieser Betrachtung lassen sich die Bereiche für die Mischungswinkel der Neutrino-Oszillation, die man mit dem Pendel nachvollziehen kann, erweitern. Diese erweiterten Einstellungsbereiche sind im nachfolgenden Abschnitt 5.5 zusammengefasst.

## 5.5 Zusammenfassung der Versuchsreihen

Die Versuchsreihen zu den Mischungswinkeln haben ergeben, dass sich alle Mischungswinkel der Neutrino-Oszillation mit Einschränkungen im Gültigkeitsbereich am Pendel qualitativ darstellen lassen. Das Verhältnis der Massendifferenzen konnte ebenfalls erfolgreich eingestellt werden. Nachfolgende Tabelle (Tabelle 15) stellt diese Ergebnisse dar.

**Tabelle 15: Ergebnisse der Untersuchungen von Massendifferenzen und Mischungswinkeln.**

Untersuchungsinhalt	Ergebnis/Möglichkeiten	
	Atmosphärische Neutrino-Oszillation	Sonnenneutrino-Oszillation
Verhältnis der Massendifferenzen	Gezielte Einstellung war möglich (Schwebungsfaktor 30 und 5)	Hat keinen bedeutenden Einfluss auf das Bild der Sonnenneutrino-Oszillation
$\theta_{12}$	0,57rad (33°) bis 0,9rad (51,6°)	0,57rad (33°) bis 1,0rad (57°)
$\theta_{13}$	-0,1rad (-5,7°) bis 0rad	0rad bis 0,1rad (5,7°)
$\theta_{23}$	0,82rad (47°) bis 1,03rad (59°)	Nicht möglich

Auffallend ist, dass man anscheinend den Literaturwert des Mischungswinkels  $\theta_{23}$  von 45° nicht am Pendel umsetzen kann.

Bei den Mischungswinkeln ist anzumerken, dass noch keine gezielte Einstellung bestimmter Winkel möglich ist, wie es sich in Bezug auf das Verhältnis der Massendifferenzen herausgestellt hat. Es wurde bisher nur prinzipiell bestätigt, dass die Mischungswinkel der Neutrino-Oszillation am Pendel in bestimmten Bereichen dargestellt werden können. Es sind jedoch die Grundlagen dafür geschaffen, die Variation der Mischungswinkel der Neutrino-Oszillation gezielt in Einstellungen am Pendel umzusetzen.

Da sowohl Mischungswinkel als auch das Verhältnis der Massendifferenzen am Pendel nachvollzogen werden konnten, kann man schließen, dass es eine starke Analogie zwischen Pendel-Modell und der Theorie der Neutrino-Oszillation gibt.

## 5.6 Mögliche Ursachen für die Verfälschung der Messergebnisse

Im Verlauf der Untersuchungen an Federn und Pendel sind vermutlich viele sich überschneidende Fehler aufgetreten, die zur Folge haben, dass man die Ergebnisse nur qualitativ interpretieren kann. Die Möglichkeit die Massendifferenzen am Pendel einzustellen wurde von zwei auf drei gekoppelte Pendel übertragen. Das ist nur eine Näherung, aber offensichtlich eine recht brauchbare.

Außerdem muss man in Betracht ziehen, dass die Pendel nicht ausschließlich über Federn gekoppelt waren, sondern dass auch das Gestänge Schwingungsenergie übertragen hat. In zahlreichen Schwebungsabbildungen (unter anderem in Abbildung 49) ist zu sehen, dass die Tau-Pendel-Schwebung in ihrem ersten Maximum die Initialisierungsauslenkung des Myon-Pendels übertrifft. Interpretiert man diesen Graphen energetisch, so müsste man schlussfolgern, dass das Tau-Pendel im ersten Maximum mehr Energie hat als ursprünglich in das Pendel beim Initialisieren über das Myon-Pendel „hineingesteckt“ wurde. Dies ist jedoch auf Grund des Energieerhaltungssatzes unmöglich. Für diese Erscheinung gibt es zwei Erklärungsversuche: Das Tau-Pendel könnte andere Grundeigenschaften als das Myon-Pendel aufweisen. Es könnte eine geringere Masse haben oder es könnte kürzer sein. Eine wei-

tere Möglichkeit für die Erklärung dieses Phänomens ist darin zu sehen, dass die Proportionalität der Auslenkung zur Spannung von Tau- zu Myon-Pendel unterschiedlich sein kann. Das heißt, dass eventuell der Proportionalitätsfaktor unterschiedlich zwischen beiden Pendeln ist.

Außerdem wurde festgestellt, dass die von Origin Pro 7.5 erzeugten Schwebungskurven nicht glatt sind, sondern zufällige Schwankungen aufweisen. Ursache des Phänomens kann die Art und Weise der Erzeugung der Schwebungskurve sein, was sich an dieser Stelle nicht überprüfen lässt. Eine andere mögliche Ursache kann das Abtastintervall sein. Das Abtastintervall lag für alle Messungen bei 50ms. Nun kann es passieren, dass ein Maximum einer Schwingung genau zwischen diesem Abtasten liegt und damit kleiner und eventuell zeitlich etwas verschoben wirkt im Vergleich zu vorhergehenden oder nachfolgenden Maxima.

Ein weiterer Fehler in den Schwebungsbildern tritt auf bei der Darstellung in Origin Pro 7.5. Hier werden die Maxima der Schwingungen automatisch ermittelt und als Funktion der Zeit wieder ausgegeben. Wenn man nun mehrere dieser Schwebungsbilder der einzelnen Pendel übereinander legt, kommt es vereinzelt zu zeitlichen Verschiebungen der Schwebungen zueinander von  $\pm 0,5s$ . Diese Verschiebungen sind jedoch im Vergleich zur gesamt Messdauer von 100 bis 120s relativ gering.

## 6 Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Arbeit konnte gezeigt werden, dass eine starke Analogie zwischen dem Modell dreier gekoppelter Pendel und der Theorie der Neutrino-Oszillation herrscht. Die Schwebungen des Pendel-Modells können als Oszillation verschiedener Neutrinos interpretiert werden.

Um diese Analogie zu überprüfen wurden einerseits die Theorie der Neutrinos, ihre Eigenschaften und ihre Oszillation betrachtet. Außerdem wurden Experimente vorgestellt, die in der Erforschung der Neutrinos großen Fortschritt gebracht haben.

Andererseits wurden parallel dazu theoretische und praktische Aspekte gekoppelter Pendel untersucht. Dazu wurden Federkonstanten, die harmonische Schwingung an schrägen Pendeln, die Einflussmöglichkeiten auf die Schwebung mit Hilfe der Veränderung der Kopplungshöhen und die so genannten Kopplungsparameter teilweise experimentell betrachtet. Das Prinzip der für die Experimente bedeutenden elektronischen Messeinrichtung und Datenanalyse wurde dargelegt. Anschließend wurden Theorie und Messungen am Modell im Vergleich zusammengeführt. Zuvor aufgestellte Hypothesen wurden dabei überprüft und im Resultat differenziert bestätigt oder widerlegt. Danach kann man das Verhältnis der Massendifferenzen der Neutrino-Massezustände als Schwebungsverhältnis der Pendel zueinander darstellen. Die Mischungswinkel  $\theta_{12}, \theta_{13}, \theta_{23}$  ließen sich in eingeschränkten Bereichen am Pendel als Asymmetrie des Pendelsystems umsetzen.

Trotz einzelner Einschränkungen herrscht also wirklich eine erstaunliche Analogie zwischen der Schwebung dreier gekoppelter Pendel und der Oszillation von Neutrinos. Diese Analogie wurde in dieser Arbeit bestätigt.

Ein Aspekt, der noch genauer untersucht werden könnte, ist die Überlagerung von Mischungswinkeln. Diese Überlagerung wurde im Verlauf der Arbeit beobachtet, aber nicht näher untersucht. Außerdem liegt es nahe, eine quantitative Beziehung zwischen den Kopplungsparametern des Pendels und den Mischungswinkeln der Neutrino-Oszillation herzustellen. Dabei müsste geklärt werden, in welchem Verhältnis die Veränderung der Kopplungsparameter des Pendels zur Veränderung der Mischungswinkel der Neutrino-Oszillation steht. Hinzu kommt, dass man diese Arbeit erweitern könnte mit theoretischen Hintergründen zur Quantenmechanik, zu Neutrino-Experimenten und zu asymmetrischen Pendeln. Sicher wäre es auch sinnvoll, Messfehler, Messungenauigkeiten und andere Verfälschungen der Messergebnisse zu minimieren. Die Weiterführung dieser Arbeit bietet viele Möglichkeiten.

Bis zu diesem Punkt war es erst einmal entscheidend die prinzipielle Analogie zwischen der Neutrino-Oszillation und der Schwebung dreier gekoppelter Pendel zu zeigen.

In Vorlesungen und auf Websites wird diese Analogie benutzt, um die Neutrino-Oszillation anschaulich zu erklären und damit das Verständnis zu erleichtern.

## 7 Literatur- und Quellenverzeichnis

### 7.1 Buch

- [B1] Smart, N.: Weltgeschichte des Denkens. Die geistigen Traditionen der Menschheit. Primus Verlag, Darmstadt 2002, Seite 188
- [B2] Neutrinos: Botschafter aus dem Universum und dem Inneren der Materie. In: Kosmische Spurensuche. Astroteilchenphysik in Deutschland. Ein Forschungsgebiet im Aufbruch. Herausgegeben vom Komitee für Astroteilchenphysik (KAT), Juli 2006, S. 12 – 17.
- [B3] Grotelüschen, F.: Alles Quark: Das Standardmodell. In: Reise zum Urknall. Iser & Putscher Bad Honnef April 2000.
- [B4] Pausch, R.: BeLL. Aufbau eines Praktikumsversuches zur Bestimmung der durchschnittlichen Lebensdauer von Myonen, 2006.
- [B5] Feynman, Richard P.: QED. Die seltsame Theorie des Lichts und der Materie. Piper Verlag GmbH München 1988.
- [B6] Vogel, G/Angermann, H: Atlas Biologie, Mineralische Pflanzenernährung. dtv GmbH & Co. KG, München, 1984.
- [B7] Empirie. In: Deutsches Universalwörterbuch 4.Auflage. Dudenverlag, Mannheim, 2001.
- [B8] Mayer-Kuckuk, T.: Kernphysik. Eine Einführung. B.G.Teubner, Stuttgart, 1984.

### 7.2 Internet

- [I1] Wikipedia: Aristoteles. URL: [www.wikipedia.org/wiki/aristoteles](http://www.wikipedia.org/wiki/aristoteles) [Stand: 13. Mai 2007]
- [I2] Wikipedia: Leukipp. URL: [www.wikipedia.org/wiki/leukipp](http://www.wikipedia.org/wiki/leukipp) [Stand: 4. März 2007]
- [I3] Wikipedia: Demokrit. URL: [www.wikipedia.org/wiki/demokrit](http://www.wikipedia.org/wiki/demokrit) [Stand: 13. Mai 2007]
- [I4] Wikipedia: Anaxagoras. URL: [www.wikipedia.org/wiki/anaxagoras](http://www.wikipedia.org/wiki/anaxagoras) [Stand: 29. März 2007]
- [I5] Gleitz, M.; Kietzmann, N.: Geschichte der Atomtheorie bis zum Rutherford'schen Atommodell. Von der Antike bis 1789. URL: [home.germany.net/101-92989/atom/arbeiten/gruppe1/arbeit41.htm#Antike](http://home.germany.net/101-92989/atom/arbeiten/gruppe1/arbeit41.htm#Antike) [Stand: 16. Mai 2007]
- [I6] Daniel, R.; Kühn, J.; Moll, M.; Vetter, R.: Das Rutherford'sche Atommodell. URL: <http://home.germany.net/101-92989/atom/arbeiten/gruppe2/arbeit22.htm> [Stand: 16. Mai 2007]
- [I7] Solstice: Geschichte der Teilchenphysik - Von 1900 bis 1964. URL: [http://solstice.de/grundl\\_d\\_tph/sm\\_gesch/sm\\_gesch\\_hist3.html](http://solstice.de/grundl_d_tph/sm_gesch/sm_gesch_hist3.html) [Stand: 18. Mai 2007]
- [I8] Heppner, D.; Polychronidis, K.: Das Bohrsche Atommodell. URL: <http://home.germany.net/101-92989/atom/arbeiten/gruppe3/arbeit32.htm> [Stand: 16. Mai 2007]
- [I9] ETH-Bibliothek. Das Neutrino. URL: <http://www.ethbib.ethz.ch/exhibit/pauli/neutrino.html> [Stand: 18. Mai 2007]
- [I10] Los Alamos Science Number 25, 1997: 1953-1956. The Reines-Cowan-Experiments. Detecting the Poltergeist. URL: <http://library.lanl.gov/cgi-bin/getfile?00326606.pdf> [Stand: 28. Mai 2007]

- [I11] DESYs KwokQuark – Der Wissensdurst: Fermion: URL: <http://www.kworkquark.net/lexikon/fermion/wissensdurst2.html>; Tauon: URL: <http://www.kworkquark.net/lexikon/tauon/wissensdurst2.html>; Tau-Neutrino: URL: <http://www.kworkquark.net/lexikon/tauneutrino/wissensdurst2.html> [Stand: 30. Mai 2007]
- [I12] DESYs KwokQuark – Der Wissensdurst: Mesonen: URL: <http://www.kworkquark.net/lexikon/meson/wissensdurst2.html>; Baryonen: URL: <http://www.kworkquark.net/lexikon/baryon/wissensdurst2.html>; Neutrinos: URL: <http://www.kworkquark.net/lexikon/neutrino/wissensdurst2.html> [Stand: 30. Mai 2007]
- [I13] Bahcall, J.N.: Neutrinos from the sun. In: Scientific American, Volume 221, Number 1, Juli 1969. URL: <http://www.sns.ias.edu/~jnb/Papers/Popular/Scientificamerican69/scientificamerican69.html> [Stand: 3. Juni 2007]
- [I14] Langen, T.: Neutrinos, Universität Mainz, 19.06.06. URL: [http://www.students.uni-mainz.de/tlangen/neutrinos\\_folien.pdf](http://www.students.uni-mainz.de/tlangen/neutrinos_folien.pdf) [Stand: 2. Juni 2007]
- [I15] Wikipedia: Tscherenkow-Licht. URL: [http://de.wikipedia.org/wiki/Cherenkov\\_Leuchten](http://de.wikipedia.org/wiki/Cherenkov_Leuchten) [Stand: 3. Juni 2007]
- [I16] DESYs KwokQuark: Der Wissensdurst: Gluonen. URL: <http://www.kworkquark.net/lexikon/gluon/wissensdurst2.html> [Stand: 6. Juni 2007]
- [I17] Wikipedia: Kalium. URL: <http://www.wikipedia.org/wiki/kalium> [Stand: 8. Dezember 2007]
- [I18] Geipel, R.: Radioaktivität. URL: <http://www.solstice.de> [Stand: 29. Dezember 2007]
- [I19] Wikipedia: Schwingung. URL: <http://de.wikipedia.org/wiki/Schwingung> [Stand: Dezember 2007]
- [I20] Wikipedia: Gekoppelte Pendel. URL: [http://de.wikipedia.org/wiki/gekoppelte\\_pendel](http://de.wikipedia.org/wiki/gekoppelte_pendel) [Stand: Dezember 2007]
- [I21] TU-Berlin: Mathematisches und physikalisches Pendel. URL: <http://pl.physik.tu-berlin.de/groups/pg280/protok~1/pendel.pdf> [Stand: Januar 2008]
- [I22] Wikipedia: PET. URL: <http://de.wikipedia.org/wiki/Positronen-Emissions-Tomographie> [Stand: Januar 2008]
- [I23] Wikipedia: Kernwaffe. URL: <http://de.wikipedia.org/wiki/Atombombe> [Stand: Januar 2008]
- [I24] Wikipedia: Teilchenbeschleuniger. URL: <http://de.wikipedia.org/wiki/Teilchenbeschleuniger> [Stand: Januar 2008]
- [I25] Neutrino-Oszillation-Lab: <http://minos.phy.bnl.gov/nu-osc-lab/Superposition1.html> [Stand: Januar 2008]

### 7.3 Gespräche

- [G1] Kobel, M: Einleitung zu den Neutrinos. Mündliche Mitteilung, TU Dresden, Institut für Kern- und Teilchenphysik, 27.10.2006
- [G2] Kobel, M: Supernova, Massezustände. e-Mail-Mitteilung, 31.05.07
- [G3] Kobel, M: Homstake. e-Mail-Mitteilung, 3.06.07
- [G4] Pausch, G.: Harmonische Schwingung bei Schräglage der Pendel. Mündliche Mitteilung, Januar 2007
- [G5] Kobel, M: Neutrinoformel. e-Mail-Mitteilungen, 6.12.07

- [G6] Pausch, G.: Schwingungen zweier gekoppelter Pendel. Mündliche Mitteilung, Dezember 2007
- [G7] Kobel, M: Diskussion, welche Federn am besten für das Pendel geeignet seien. Mündliche Mitteilung, Juni 2007
- [G8] Kobel, M.: Experimente zur Kopplungshöhe und Schwebungsfrequenz. Mündliche Mitteilung, Mai 2007

## 8 Verzeichnis von Tabellen und Abbildungen

### 8.1 Tabellen

Tabelle 1: Schematische Darstellung des Standardmodells der Elementarteilchen mit Materieteilchen und Wechselwirkungsteilchen. Neutrinos und ihre Partnerteilchen gehören zu den Leptonen.....	6
Tabelle 2: Die Übersicht zeigt das Verhältnis der Massendifferenzen und grobe Werte für die Mischungswinkel der Neutrino-Oszillation. Sie werden als Literaturwerte bezeichnet.....	12
Tabelle 3: Repräsentation der Neutrinoeigenschaften durch das Pendelmodell. ....	20
Tabelle 4: Ausschnitt aus den Messdatentabellen des Programms PicoLog Recorder. Die Farben korrelieren zu den Pendeln. Die Einheiten der Spalten sind in Klammern angegeben. ....	27
Tabelle 5: Ausschnitt aus der Messdatentabelle des Programms Origin Pro 7.5 nach der Subtraktion der Gndspannungen. ....	27
Tabelle 6: Ausschnitt aus der Messdatentabelle von Origin Pro 7.5. Dargestellt sind die lokalen Maxima der Schwingungen des grünen Pendels.....	28
Tabelle 7: Ergebnisse der statischen Federkonstantenbestimmung vom 12.01.2007.....	31
Tabelle 8: Ergebnisse der dynamischen Federkonstantenbestimmung vom 19.01.2007.....	32
Tabelle 9: Zuordnung der Federkonstanten der Standardfedern zu der Kopplung zweier spezifizierter Pendel. ....	33
Tabelle 10: Messwerte des Experiments zur Abhängigkeit der Schwebung von der Kopplungshöhe vom 27.04.2007.....	34
Tabelle 11: Kopplungsparameter des Pendels können Mischungswinkel der Theorie der Neutrino-Oszillation zugeordnet werden. ....	41
Tabelle 12: Einstellungen des Kopplungsparameters K1 werden Winkelgrößen von $\theta_{12}$ zugeordnet. ....	49
Tabelle 13: Die Einstellung E3 des Kopplungsparameters K2 konnte einem Winkel $\theta_{13}$ von $\pm 5,7^\circ$ unter der Bedingung, dass $\theta_{23}=51,6^\circ$ ist, zugeordnet werden.....	54
Tabelle 14: Einstellungen des Kopplungsparameters K3 werden $\theta_{23}$ -Werte zugeordnet.....	57
Tabelle 15: Ergebnisse der Untersuchungen von Massendifferenzen und Mischungswinkeln. ....	59

### 8.2 Abbildungen

Abbildung 1: Die atmosphärische Neutrino-Oszillation wird dargestellt. Auf der y-Achse ist die Wahrscheinlichkeit für die Messung des jeweiligen Neutrino-Flavours, auf der x-Achse der Abstand von der Quelle zu sehen. ....	13
Abbildung 2: In den Java-Applet-Bildern der Sonnenneutrino-Oszillation tritt im Vergleich zur vorherigen Abbildung der atmosphärischen Neutrino-Oszillation ein Farbvertauschung auf. ....	14
Abbildung 3: Mathematisches Pendel mit den Komponenten der wirkenden Gewichtskraft. Quelle: aus [I21] .....	16
Abbildung 4: Gleichsinniger und gegensinniger Eigenmodus zweier gekoppelter Pendel. Ihre „Mischung“ wird als Schwebung bezeichnet. Quelle: aus [I20] .....	17
Abbildung 5: Skizze der drei gekoppelten Pendel. Die Pendel sind farbig markiert und über drei Federn miteinander verbunden. ....	19
Abbildung 6: Die Skizze zeigt die Ausgangslage des dritten Eigenmodus der Pendel. ....	19
Abbildung 7: Schema des Pendelmodells. Die Pendel sind farbig markiert und einem Neutrino-Flavour zugeordnet. Drei Federn koppeln die Pendel. ....	22

Abbildung 8: Die Messapparatur im Institut für Kern- und Teilchenphysik der TU Dresden bestand aus Oszilloskop, Pendel und Laptop (von links nach rechts). .....	22
Abbildung 9: Kräfte am schrägen Pendel. Gekennzeichnet sind die Pendellänge $l$ , Auslenkung $x$ , der zugehörige Winkel $\Phi$ , sowie die Gewichtskraft $F_g$ , die rücktreibende Kraft $F_r$ und die Federkraft $F_f$ . .....	23
Abbildung 10: Prinzip der Messdatenerfassung: Licht wird von der Leuchtdiode ausgesandt und an der Pendelachse reflektiert. Ein Fotosensor erfasst die Position des reflektierten Strahls. Über diese Position wird die Messspannung gesteuert. ....	26
Abbildung 11: Elektronische Einrichtung am oberen Ende jedes Pendels zur Erfassung der Pendelschwingungen. ....	26
Abbildung 12: Graph der Messdaten aus Origin Pro 7.5 nach Abzug der Grundspannungen. Diese Darstellung wird im Folgenden als Schwingungsbild bezeichnet.....	28
Abbildung 13: Schwebung des Pendels als Graph der lokalen Maxima der Schwingungen des Pendels. Diese Darstellung wird im Folgenden als Schwebungsbild bezeichnet.....	29
Abbildung 14: Die prinzipielle Vorgehensweise im Vergleich zwischen Pendel-Modell und Neutrino-Oszillation besteht darin, Parameter am Pendel zu verändern, die dadurch veränderte Schwebung zu ermitteln und diese mit dem Java-Applet zu vergleichen. ....	30
Abbildung 15: Schematische Darstellung zweier gekoppelter Pendel P1 und P2. Die Kopplungshöhe wird mit $l$ , die Federkonstante mit $k$ bezeichnet. ....	34
Abbildung 16: Grafische Darstellung der Ergebnisse des Experiment zur Abhängigkeit der Schwebung von der Kopplungshöhe.....	35
Abbildung 17: Verschiedene Schwebungsfaktoren können eingestellt werden, indem man die kurzen Federn und die lange Feder verschiebt. ....	36
Abbildung 18: Messung des Schwebungsfaktors $30$ , nachdem die Kopplungshöhen errechnet und angepasst wurden. Die Darstellung zeigt jede Schwingung („Schwingungsbild“). ....	37
Abbildung 19: Schwebungsbild des am Pendel gemessenen Schwebungsfaktors $30$ . ....	37
Abbildung 20: Java-Applet-Darstellung der atmosphärische Neutrino-Oszillation mit den Literaturwerten. ....	38
Abbildung 21: Der dargestellte Kopplungsparameter $K1$ beinhaltet eine Schrägstellung der kurzen Federn bei Beibehaltung der horizontalen Lage der langen Feder. ....	40
Abbildung 22: Der dargestellte Kopplungsparameter $K2$ beinhaltet eine vertikale Verschiebung der kurzen Federn gegeneinander bei Beibehaltung der waagerechten Lage der langen Feder. ....	40
Abbildung 23: Der dargestellte Kopplungsparameter $K3$ ist eine Schrägstellung der langen Feder. Die kurzen Federn bleiben horizontal auf einer Höhe.....	41
Abbildung 24: Schwebungsbild der Einstellung $E1$ des Kopplungsparameters $K1$ mit dem Elektron-Pendel als Startpendel.....	43
Abbildung 25: Schwebungsbild mit dem Elektron-Pendel als Initiator. Dargestellt ist Kopplungsparameter $K1$ mit Einstellung $E2$ . ....	43
Abbildung 26: Schwebungsbild von Einstellung $E3$ des Kopplungsparameters $K1$ . Das Elektron-Pendel ist der Initiator. ....	44
Abbildung 27: Sonnenneutrino-Oszillation mit $\theta_{12}=0,57\text{rad}$ ( $33^\circ$ ), Java-Applet. ....	44
Abbildung 28: Sonnenneutrino-Oszillation mit $\theta_{12}=0,7854\text{rad}$ ( $45^\circ$ ), Java-Applet. ....	44
Abbildung 29: Sonnenneutrino-Oszillation mit $\theta_{12}=1,0\text{rad}$ ( $57^\circ$ ), Java-Applet. ....	44
Abbildung 30: Sonnenneutrino-Oszillation mit $\theta_{12}=1,0\text{rad}$ ( $57^\circ$ ) und $\theta_{23}=0,82\text{rad}$ ( $47^\circ$ ), Java-Applet. ....	45
Abbildung 31: Sonnenneutrino-Oszillation mit $\theta_{12}=0,57\text{rad}$ ( $33^\circ$ ) und $\theta_{23}=0,82\text{rad}$ ( $47^\circ$ ), Java-Applet. ....	45
Abbildung 32: Sonnenneutrino-Oszillation mit $\theta_{12}=0,67\text{rad}$ ( $38,4^\circ$ ) und $\theta_{23}=0,82\text{rad}$ ( $47^\circ$ ), Java-Applet. ....	45
Abbildung 33: Atmosphärische Neutrino-Oszillation mit $\theta_{12}=0,57\text{rad}$ ( $33^\circ$ ), Java-Applet. ....	46
Abbildung 34: Atmosphärische Neutrino-Oszillation mit $\theta_{12}=1,0\text{rad}$ ( $57^\circ$ ), Java-Applet. ....	46

Abbildung 35: Schwebungsbild von Kopplungsparameter K1 in Einstellung E3. Das Myon-Pendel ist der Initiator.....	46
Abbildung 36: Schwebungsbild des Kopplungsparameters K1 in Einstellung E2. Das Myon-Pendel wird zum Zeitpunkt 0 angestoßen. ....	47
Abbildung 37: Atmosphärische Neutrino-Oszillation mit $\theta_{12}=0,67\text{rad}$ ( $38,4^\circ$ ), Java-Applet. ...	47
Abbildung 38: Schwebungsbild des Kopplungsparameters K1 in Einstellung E1 mit dem Myon-Pendel als Startpendel. ....	48
Abbildung 39: Atmosphärische Neutrino-Oszillation mit $\theta_{12}=0,9\text{rad}$ ( $51,6^\circ$ ), Java-Applet. ....	48
Abbildung 40: Sonnenneutrino-Oszillation mit $\theta_{13}=0,1\text{rad}$ ( $5,7^\circ$ ), Java-Applet. ....	50
Abbildung 41: Schwebungsbild der Einstellung E3 des Kopplungsparameters K2. Das Elektron-Pendel fungiert als Initiator. ....	50
Abbildung 42: Sonnenneutrino-Oszillation mit $\theta_{13}=0,1\text{rad}$ ( $5,7^\circ$ ) und $\theta_{23}=0,9\text{rad}$ ( $51,6^\circ$ ), Java-Applet. ....	51
Abbildung 43: Sonnenneutrino-Oszillation mit $\theta_{13}=-0,1\text{rad}$ ( $-5,7^\circ$ ) und $\theta_{23}=0,9\text{rad}$ ( $51,6^\circ$ ), Java-Applet. ....	51
Abbildung 44: Atmosphärische Neutrino-Oszillation mit $\theta_{13}=-0,1\text{rad}$ ( $-5,7^\circ$ ), Java-Applet. ....	52
Abbildung 45: Schwebungsbild des Kopplungsparameters K2 in Einstellung E3. Das Myon-Pendel ist der Initiator.....	52
Abbildung 46: Atmosphärische Neutrino-Oszillation mit $\theta_{13}=-0,1\text{rad}$ ( $-5,7^\circ$ ); $\theta_{23}=0,9\text{rad}$ ( $51,6^\circ$ ), Java-Applet.....	52
Abbildung 47: Atmosphärische Neutrino-Oszillation mit $\theta_{13}=0,1\text{rad}$ ( $5,7^\circ$ ) und $\theta_{23}=0,9\text{rad}$ ( $51,6^\circ$ ), Java-Applet.....	53
Abbildung 48: Atmosphärische Neutrino-Oszillation mit $\theta_{13}=-0,3\text{rad}$ ( $-17,2^\circ$ ), Java-Applet....	53
Abbildung 49: Schwebungsbild des Kopplungsparameters K3 in Einstellung E1. Das Myon-Pendel ist der Initiator.....	55
Abbildung 50: Schwebungsbild für Einstellung E2 des Kopplungsparameters K3. Das Myon-Pendel ist der Initiator.....	55
Abbildung 51: Schwebungsbild von Einstellung E3 des Kopplungsparameters K3. Das Myon-Pendel ist der Initiator.....	56
Abbildung 52: Atmosphärische Neutrino-Oszillation mit $\theta_{23}=0,9\text{rad}$ ( $51,6^\circ$ ), Java-Applet. ....	56
Abbildung 53: Atmosphärische Neutrino-Oszillation mit $\theta_{23}=0,98\text{rad}$ ( $56,2^\circ$ ), Java-Applet. ....	57
Abbildung 54: Atmosphärische Neutrino-Oszillation mit $\theta_{23}=1,03\text{rad}$ ( $59^\circ$ ), Java-Applet. ....	57
Abbildung 55: Atmosphärische Neutrino-Oszillation nach den Literaturwerten, Java-Applet.	58
Abbildung 56: Schwebungsbild des Pendels mit Schwebungsfaktor 30 und ohne Einstellung von Pendel- Kopplungsparametern.....	58
Abbildung 57: Atmosphärische Neutrino-Oszillation mit $\theta_{12}=0,75\text{rad}$ ( $43^\circ$ ), $\theta_{13}=0^\circ$ und $\theta_{23}=0,82\text{rad}$ ( $47^\circ$ ), Java-Applet.....	58