

# Experimente zur Entstehung von Titan-44 in Supernovae

Diplomarbeit  
zur Erlangung des wissenschaftlichen Grades  
Diplom-Physiker

vorgelegt von

Konrad Schmidt  
geboren am 09. 10. 1984 in Bernburg

Institut für Kern- und Teilchenphysik  
der Technischen Universität Dresden

und

Institut für Strahlenphysik  
des Helmholtz-Zentrums Dresden-Rossendorf

2011

Eingereicht am 16.02.2011

1. Gutachter: Prof. Dr. Kai Zuber
2. Gutachter: Dr. Daniel Bemmerer

# Kurzdarstellung

In dieser Diplomarbeit wurde das astrophysikalisch interessante Resonanztriplett der Reaktion  $^{40}\text{Ca}(\alpha,\gamma)^{44}\text{Ti}$  bei 4,5 MeV untersucht. Am 3-MV-Tandetron des Helmholtz-Zentrums Dresden-Rossendorf wurden dafür die Energien von Protonen- und  $\alpha$ -Strahlen kalibriert, Anregungsfunktionen im Energiebereich der drei Resonanzen aufgenommen, vier CaO-Targets aktiviert und deren Struktur mittels der Reaktion  $^{40}\text{Ca}(\text{p},\gamma)^{41}\text{Sc}$  überprüft. Im Felsenkeller-Niederniveaumesslabor wurde anschließend die Aktivität der Proben gemessen. Schließlich konnte die Summe der Resonanzstärken bei 4497 und 4510 keV  $\alpha$ -Energie im Laborsystem zu  $(12,8 \pm 2,3)$  eV und die Summe der Resonanzstärken des gesamten Triplets, d.h. zusätzlich bei 4523 keV, zu  $(12,0 \pm 2,0)$  eV bestimmt werden. Bei der ersten Resonanzstärke konnte die Unsicherheit im Vergleich zur Literatur von 19 % auf 18 % verbessert werden. Außerdem bieten die Daten der vorliegenden Arbeit die Grundlage, zukünftig die Unsicherheiten noch erheblich weiter zu reduzieren.

## Abstract

In this thesis the astrophysically interesting resonance triplet of the  $^{40}\text{Ca}(\alpha,\gamma)^{44}\text{Ti}$  reaction at 4.5 MeV has been studied. For this purpose energies of proton and  $\alpha$  beams provided by 3 MV Tandetron at Helmholtz-Zentrum Dresden-Rossendorf have been calibrated. Excitation functions of energy regions near the resonances and in-beam spectra of four different targets have been measured. The  $^{40}\text{Ca}(\text{p},\gamma)^{41}\text{Sc}$  reaction has been used to scan structure of the activated targets. Afterwards their activity has been measured in the underground laboratory Felsenkeller Dresden. Hence the sum of resonance strengths at laboratory  $\alpha$  energies of 4497 and 4510 keV of  $(12.8 \pm 2.3)$  eV has been determined as well as the sum of the total triplet strength, including 4523 keV, of  $(12.0 \pm 2.0)$  eV. In the case of the first resonance, the uncertainty was decreased from 19 % to 18 %. Furthermore the results of this work establish a basis for reaching much lower uncertainties in the future.

# Inhaltsverzeichnis

<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>vii</b>
<b>Tabellenverzeichnis</b>	<b>viii</b>
<b>1. Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1. Supernovae . . . . .	1
1.2. Entstehung von Titan-44 . . . . .	2
1.3. Motivation . . . . .	4
<b>2. Grundlagen</b>	<b>6</b>
2.1. Der Atomkern . . . . .	6
2.1.1. Eigenschaften des Atomkerns . . . . .	6
2.1.2. Radioaktiver Zerfall . . . . .	7
2.1.3. Elektroneneinfang und Beta-Plus-Zerfall . . . . .	9
2.2. Strahlungseinfang . . . . .	11
2.2.1. Der Q-Wert . . . . .	11
2.2.2. Wechselwirkungen der Ionenstrahlen in Materie . . . . .	12
2.2.3. Doppler- und Rückstoßverschiebung . . . . .	14
2.2.4. Angeregte Kernzustände . . . . .	15
2.2.5. Übergangswahrscheinlichkeiten . . . . .	17
2.2.6. Winkelkorrelation . . . . .	17
2.3. Reaktionsraten . . . . .	18
2.3.1. Wirkungsquerschnitt . . . . .	18
2.3.2. Breit-Wigner-Resonanzformel . . . . .	19
2.3.3. Die Ausbeute . . . . .	21
2.3.4. Thermonukleare Reaktionsrate . . . . .	24
2.4. Gammaspektrometrie . . . . .	29
2.4.1. Gammastrahlungsquellen . . . . .	29
2.4.2. Wechselwirkung von Gammastrahlung mit Materie . . . . .	29

2.4.3.	Wechselwirkungen im Detektor und resultierende Spektrallinien . . .	31
2.4.4.	Zählstatistik . . . . .	34
2.4.5.	Energieauflösung . . . . .	36
2.4.6.	Energiekalibrierung der Gammadetektoren . . . . .	37
2.4.7.	Nachweiswahrscheinlichkeit . . . . .	37
2.4.8.	Summationseffekte . . . . .	38
<b>3.</b>	<b>Messaufbau</b>	<b>41</b>
3.1.	Der Ionenstrahl . . . . .	41
3.1.1.	Überblick . . . . .	41
3.1.2.	Erzeugung . . . . .	41
3.1.3.	Beschleunigung . . . . .	41
3.1.4.	Targetkammer . . . . .	43
3.2.	Targets . . . . .	43
3.3.	Detektoren und Elektronik . . . . .	46
<b>4.</b>	<b>Ergebnisse der Messungen</b>	<b>50</b>
4.1.	Energiekalibrierung . . . . .	50
4.2.	Nachweiswahrscheinlichkeit der Detektoren . . . . .	50
4.3.	Energiekalibrierung des Tandetrans . . . . .	57
4.4.	Anregungsfunktion der Resonanzen . . . . .	61
4.5.	Aktivierungen der Calciumtargets . . . . .	63
4.6.	Struktur der Calciumtargets . . . . .	67
4.7.	Gammaspektren im Felsenkeller . . . . .	68
<b>5.</b>	<b>Diskussion der Ergebnisse</b>	<b>72</b>
5.1.	Aktivitäten der Targets . . . . .	72
5.1.1.	Vorhersage der Aktivität mittels der Resonanzstärken aus der Literatur	72
5.1.2.	Abschätzung der Aktivität mittels Gammaspektren während der Aktivierung . . . . .	74
5.1.3.	Berechnung der Aktivität mittels Gammaspektren im Felsenkeller .	75
5.2.	Resonanzstärken . . . . .	75
5.2.1.	Resonanzstärke für normiertes Elementenverhältnis im CaO . . . . .	75
5.2.2.	Fehlerbetrachtung für die Resonanzstärke bei unbekanntem Elementenverhältnis im CaO . . . . .	76
<b>6.</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>79</b>

<b>A. Anhang</b>	<b>81</b>
A.1. Das Residuum . . . . .	81
A.2. Koeffizienten für die Winkelkorrelation . . . . .	82
A.3. Verfügbare Titan-44-Standardquellen . . . . .	82
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>83</b>

# Abbildungsverzeichnis

1.1. Cassiopeia A und Massenschnitt . . . . .	3
1.2. Gammalinien von IBIS und COMPTEL . . . . .	4
2.1. Besetzungszahlen und Aktivitäten beim Ti-44 Zerfall . . . . .	8
2.2. Energieverteilungsfunktion von Ionen in Materie . . . . .	13
2.3. Allgemeines Energieniveauschema . . . . .	16
2.4. Thermonukleare Reaktionsrate bei der Titan-44 Entstehung . . . . .	28
2.5. Wechselwirkungsverlauf im Detektor mit möglichem Spektrum . . . . .	31
2.6. Berechnung der Linienfläche . . . . .	34
3.1. Ionenstrahlschema . . . . .	42
3.2. Schema der Targetschichten . . . . .	44
3.3. Alpha- und Protonenstrahl nach 90 nm Gold . . . . .	45
3.4. Alpha- und Protonenstrahl in Calciumoxid . . . . .	47
3.5. Schema der Detektoranordnung . . . . .	48
3.6. Schema der verwendeten Geräte . . . . .	49
4.1. Kalibrierfunktionen der Gammadetektoren . . . . .	51
4.2. Fitkurven der Nachweiswahrscheinlichkeiten . . . . .	54
4.3. Anregungsfunktionen für die Kalibrierung des Tandetrans . . . . .	58
4.4. Fitfunktion und Residuum für die Kalibrierung des Tandetrans . . . . .	60
4.5. Anregungsfunktionen der Hauptresonanzen . . . . .	61
4.6. Spektren während der Aktivierung von GSI-CaO-7 und GSI-CaO-14 . . . . .	64
4.7. Spektren der Aktivierung von GSI-CaO-15 und Energieniveauschema . . . . .	65
4.8. Hochenergetische Gammalinien während der Aktivierungen . . . . .	66
4.9. Ionenstrahlschema bei GSI-CaO-15 . . . . .	67
4.10. Targetscans . . . . .	68
4.11. HZDR- und Felsenkellerspektren von GSI-CaO-14 . . . . .	69
4.12. Felsenkellerspektren von GSI-CaO-7 und GSI-CaO-15 . . . . .	70
4.13. Felsenkellerspektrum der Standardprobe PSI-Ti44-P160 . . . . .	71

# Tabellenverzeichnis

1.1. Klassifikation von Supernovae, nach [Fil97] . . . . .	2
2.1. Calciumisotope . . . . .	7
3.1. Targetliste . . . . .	44
3.2. Übersicht der Detektoren . . . . .	48
4.1. Kalibrierquellen . . . . .	51
4.2. Nachweiswahrscheinlichkeiten der Kalibrierquellen . . . . .	52
4.3. Intensitäten und Winkelkorrelationen für Gammas des Silicium-28 . . . . .	52
4.4. Hochenergetische Nachweiswahrscheinlichkeiten . . . . .	54
4.5. Parameter für Nachweiswahrscheinlichkeiten . . . . .	56
4.6. Resonanzen für Tandetron-Kalibrierung . . . . .	59
4.7. Energieverluste nach 90 nm Gold . . . . .	62
4.8. Energetische Targetdicken . . . . .	67
5.1. Vorhergesagte Aktivität mit der Ladung auf dem Target . . . . .	73
5.2. Abgeschätzte Aktivität mit den Spektren der Bestrahlung . . . . .	74
5.3. Aktivitäten im Felsenkeller . . . . .	75
5.4. Resonanzstärke für normiertes Elementenverhältnis im CaO . . . . .	76
5.5. Spektrallinien bei 2882 keV von GSI-CaO-14 und GSI-CaO-15 . . . . .	76
5.6. Nachweiswahrscheinlichkeit der Detektoren für 2882 keV . . . . .	76
5.7. Winkelkorrelation für Gammas des Scandium-41 . . . . .	77
5.8. Ausbeute und effektives Bremsvermögen für GSI-CaO-14 und GSI-CaO-15 . . . . .	77
A.1. Koeffizienten für die Winkelkorrelation . . . . .	82
A.2. Aktivitäten der Standardquellen . . . . .	82

# 1. Einleitung

## 1.1. Supernovae

Charakteristisch für eine Supernova ist ein einmaliger, extrem starker Helligkeitsausbruch. Dieser folgt der Explosion eines Sterns. Dann herrschen Bedingungen, bei denen es zur Dissoziation von Atomen kommt. Die dabei freiwerdenden Neutronen können sich an anderen dissoziierenden Kernen anlagern. Das ist die Voraussetzung für die Entstehung neuer Elemente, die schwerer als Eisen sind. Dies bedeutet, dass ein Teil der sich hier auf der Erde befindlichen Materie die Asche einer Supernovaexplosion ist.

Bei einer Supernova kann man ihre Lichtkurve und ihr Emissionsspektrum beobachten. Aufgrund der unterschiedlichen Spektrallinien und Helligkeitsverläufe lassen sich Supernovae in mehrere Typen einordnen. Die Nomenklatur ist jedoch historisch bedingt. Die Bezeichnungen Typ I und Typ II waren nach [Min41] eine erste Unterscheidung. Eine Übersicht über die Klassifikation nach [Fil97] ist in Tab. 1.1 aufgeführt.

Eine Supernova vom Typ I ist dadurch gekennzeichnet, dass keine Wasserstofflinien im Spektrum auftauchen. Sie entsteht aus einem Doppelsternsystem, bei dem Masse vom Riesenstern auf einen Weißen Zwerg überströmt. Durch den Massenzuwachs nähert sich die Masse des Weißen Zwergs der kritischen Chandrasekhar-Grenze<sup>1</sup>. Der resultierenden Temperaturerhöhung folgt eine explosionsartige Zündung des Kohlenstoffbrennens, was den Stern schließlich zerreißt.

Beim Typ Ia ist der Verlauf dieser thermonuklearen Supernova stets identisch, was sie zu einer möglichen Standardkerze macht. Das Fehlen der Wasserstofflinien im Spektrum ist darin begründet, dass auch beim Typ Ib die Wasserstoffhülle vor der Explosion des Sterns abgestoßen wird. Beim Typ Ic kommt es zusätzlich auch noch zur Abstoßung der Heliumhülle, was das Fehlen der Absorptionslinie des Heliums erklärt.

Bei Supernovae vom Typ II kommt es zur Explosion massereicher Sterne. Diese haben in einer Zwiebschalenstruktur verschiedene Brennschalen. Kommt es nun zum Erlöschen der im Inneren stattfindenden Fusionsprozesse, folgt der Kollaps zu einem Neutronenstern oder

---

<sup>1</sup>Diese Grenze [Cha84] wurde nach dem indisch-amerikanischen Astrophysiker Subrahmanyan Chandrasekhar (1920-1994) benannt, der sie entdeckte und dafür den Nobelpreis erhielt.

**Tabelle 1.1.:** Klassifikation von Supernovae, nach [Fil97]

Typ	Ia	Ib	Ic	II-L	II-P
<i>Spektrallinie</i>	<i>kurz nach dem Helligkeitsmaximum</i>				
Wasserstoff	ohne			mit	
Silicium	tief	schwach		möglich	
neutrales Helium	schwach	mit	schwach	möglich	
<i>Spektrallinien</i>	<i>einige Monate nach dem Helligkeitsmaximum</i>				
Eisen, Cobalt	mit	ohne		möglich	
Sauerstoff, Calcium	ohne	mit		möglich	
Radiofrequenzbereich	ohne	mit		mit	
<i>Helligkeitsverlauf</i>					
Dauer des Anstiegs	einige Tage			Stunden bis wenige Tage	
Abfall	erst steil (ca. 3 mag in ca. 30 d) dann flach und glatt (ca. 1 mag in ca. 70 d)			erst linear (1 mag/20 d) dann steil und flach wechselnd	erst steil, dann Plateau, danach steiler, später flacher

zu einem Schwarzen Loch. Die dabei freiwerdende Energie wird teilweise auf die äußere Hülle übertragen, was zu einer explosionsartigen Abstoßung führt. Da sich somit der Radius des Sterns ungefähr verzehntausendfacht, wächst auch die Oberfläche, woraus ein extremer Anstieg der Leuchtkraft resultiert. Dieser verläuft bis zu einem Spitzenwert der absoluten Helligkeit, welcher jedoch bei Supernovae des Typs II eine sehr breite Streuung aufweist.

Obwohl auch der anschließend folgende Helligkeitsverlauf sehr unterschiedlich ist, lassen sich Supernovae vom Typ II dennoch in zwei Hauptgruppen einteilen. Folgt dem Helligkeitsmaximum ein linearer Abfall, handelt es sich um eine Supernova vom Typ II-L. Kann jedoch die weitere Expansion der lichtausstrahlenden Oberfläche den Rückgang der Helligkeit kompensieren, ergibt sich ein Plateau der Lichtkurve, was beim Typ II-P der Fall ist.

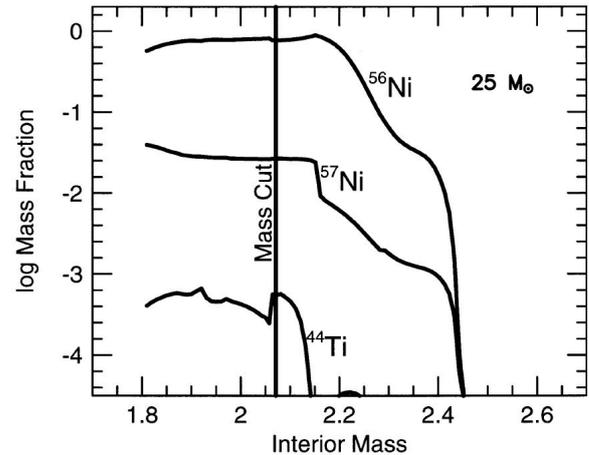
Nach einigen Monaten oder Jahren ist die Hülle schließlich soweit expandiert, dass sie durchsichtig wird. Dies zeigt z. B. die Aufnahme des Supernovaüberrests Cassiopeia A in Abb. 1.1(a).

## 1.2. Entstehung von Titan-44

Wenn es bei einem entwickelten, massereichen Stern mit Schalenstruktur zum Kernkollaps kommt, breiten sich Schockwellen aus. In diesen ereignet sich die explosive Nukleosynthese. In einem Abstand kleiner als eintausend Kilometer von der  $\alpha$ -reichen Ausfrierungszone kommt es nach [TWHH96] u. a. zur Entstehung des Nuklids (Abschn. 2.1.1) Titan-44.



(a) Supernovaüberrest Cassiopeia A von [FL06].

(b) Massenprofil von  $^{44}\text{Ti}$  für ein  $25M_{\odot}$ -Kernkollapssupernovamodell aus [DT98].

**Abbildung 1.1.:** Die Aufnahmen in (a) zeigt die jüngsten bekannten Überreste einer Supernova in der Milchstraße. Die Lage des Massenschnitts in (b) entscheidet, ob  $^{44}\text{Ti}$  in einer Supernova nachweisbar ist.

Das Modell einer Supernova beruht vor allem auf der Zusammensetzung des explodierenden Sterns. In Abb. 1.1(b) ist der  $^{44}\text{Ti}$ -Anteil als Funktion der Masse innerhalb eines  $25M_{\odot}$ -Sterns dargestellt. Die vertikale Linie ist der Massenschnitt (engl. mass cut). Nach [DT98] bildet Masse innerhalb des Schnitts einen Neutronenstern, alles außerhalb wird ausgestoßen. Demnach lässt sich aus einer  $^{44}\text{Ti}$ -Detektion die Lage des Massenschnitts ableiten, womit der  $^{44}\text{Ti}$ -Anteil in Supernovae eine sehr empfindliche Variable für Supernovamodelle [TCD<sup>+</sup>06] ist.

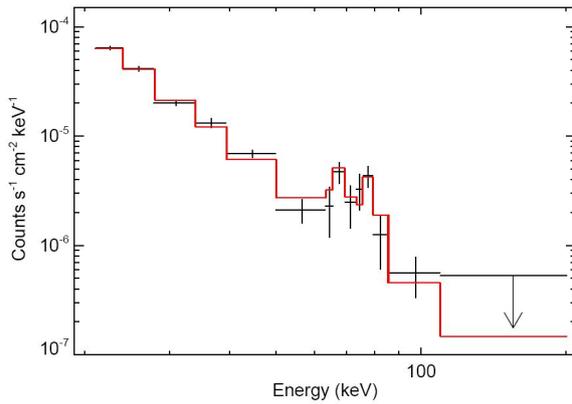
Da  $^{44}\text{Ti}$  ein instabiler Kern ist (Abschn. 2.1.2), können von ihm und seinem Tochterkern Scandium-44 ausgehende  $\gamma$ -Linien (Abschn. 2.4.3) beobachtet werden.

Beispielsweise wird in [RVD<sup>+</sup>06] berichtet, dass mit IBIS<sup>2</sup> [ULD11] die niederenergetischen  $\gamma$ -Linien bei 67,9 und 78,4 keV des  $^{44}\text{Ti}$  (Abb. 1.2(a)) in den Supernovaüberresten Cassiopeia A (Abb. 1.1(a)) detektiert wurden.

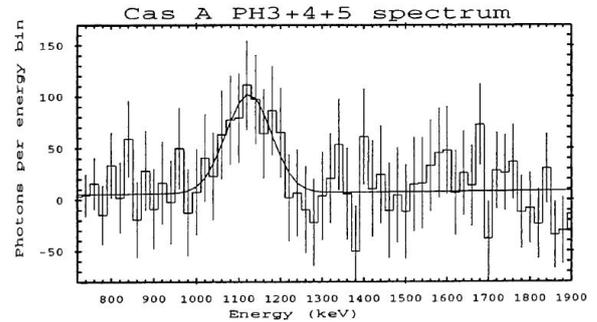
Außerdem konnte nach [IDB<sup>+</sup>94] in Cassiopeia A auch die hochenergetische  $\gamma$ -Linie des  $^{44}\text{Sc}$  (Abb. 1.2(b)) mit COMPTEL<sup>3</sup> [Cen05] nachgewiesen werden.

<sup>2</sup>Der bildgebende Sensor IBIS (Imager on Board the Integral Satellite) arbeitet im Energiebereich von 15 keV bis 10 MeV und ist ein Instrument des Gammastrahlen-Observatoriums INTEGRAL (International Gamma-Ray Astrophysics Laboratory) der Europäischen Weltraumorganisation (ESA).

<sup>3</sup>Das bildgebende Compton-Teleskop COMPTEL (Imaging Compton Telescope) deckte einen Energiebereich von 0,8 bis 30 MeV ab und war ein Instrument vom Compton-Gammastrahlungsteleskop CGRO (Compton Gamma Ray Observatory). CGRO war bis zum 4. Juni 2000 im Umlauf und eines der großen weltraumgestützten Teleskope der Nationalen Luft- und Raumfahrtbehörde der USA (NASA).



(a) IBIS-Spektrum von Cassiopeia A aus [RVD<sup>+</sup>06].



(b) COMPTEL-Spektrum von Cassiopeia A aus [IDL<sup>+</sup>97].

**Abbildung 1.2.:** Spektrum (a) zeigt die beiden  $^{44}\text{Ti}$ -Linien. Die  $^{44}\text{Sc}$ -Linie in (b) ergibt sich aus der Summe der Spektren aller Beobachtungszeiträume.

### 1.3. Motivation

Wie in [TCD<sup>+</sup>06] festgestellt wird, treten bei Beobachtungen von Supernovae Widersprüche auf: Einerseits gelang ein Nachweis der  $^{44}\text{Ti}$ -Linien nur bei Cassiopeia A. Andererseits stimmt der Verlauf der späten Lichtkurve von SN 1987A<sup>4</sup> nicht mit der  $^{44}\text{Ti}$ -Halbwertszeit (Abschn. 2.1.2) überein.

Eine mögliche Ursache für diese Probleme könnte in den Beobachtungsgeräten liegen. Ebenfalls könnten die aktuellen Stern- und Supernovamodelle die Diskrepanzen verursachen. Ein wichtiger Aspekt ist aber auch die kernphysikalische Grundlage für die Entstehung und Vernichtung von  $^{44}\text{Ti}$ .

In der vorliegenden Arbeit wird die Reaktion  $^{40}\text{Ca}(\alpha,\gamma)^{44}\text{Ti}$  (Abschn. 2.2) untersucht, welche bei der Titanentstehung wichtig ist [TCJM98]. Dafür kommen zwei Verfahren zur Anwendung.

1. Mit Hilfe von  $\gamma$ -Detektoren (Abschn. 3.3) werden die während der Reaktion emittierten  $\gamma$ -Linien (Abschn. 2.2) aufgezeichnet und ausgewertet.
2. Das erzeugte  $^{44}\text{Ti}$  wird anschließend anhand seiner durch den Zerfall emittierten  $\gamma$ -Strahlung (Abschn. 2.1.3) ausgewertet.

In Zukunft sind zusätzlich der Nachweis des erzeugten  $^{44}\text{Ti}$  mittels Beschleunigermassenspektrometrie und die Untersuchung der  $^{44}\text{Ti}(\alpha,p)^{48}\text{V}$ -Reaktion geplant. Letztere ist die Vernichtungsreaktion, bei der das Titan in der  $\alpha$ -reichen Phase (Abschn. 1.2) zu Vanadium reagiert.

<sup>4</sup>Diese Supernova explodierte am 23. Februar 1987 in der Großen Magellanschen Wolke.

Speziell soll in dieser Arbeit das Resonanztriplett bei ca. 4,5 MeV  $\alpha$ -Energie im Laborsystem (Abschn. 2.3.2) untersucht werden, da die drei Resonanzen nach Abb. 2.4, S. 28, im Temperaturbereich größer als ca. vier Gigakelvin den größten Anteil an der thermonuklearen Reaktionsrate (Abschn. 2.3.4) haben. Für die Berechnung der Reaktionsrate ist es nötig, die Resonanzstärken (Abschn. 2.3.2) zu ermitteln. Dies gelang bereits 1980 einer kanadischen Gruppe [DSS80], jedoch mit einem relativen Fehler von über 20 %. Nach [VOT<sup>+</sup>07] konnte ein Experiment in inverser Kinematik, d.h. mit der Reaktion  ${}^4\text{He}({}^{40}\text{Ca},\gamma){}^{44}\text{Ti}$ , die Stärke der Hauptresonanz nur mit einer Genauigkeit von 14 % bestimmen. Für die zweitstärksten Resonanz ergab sich eine Unsicherheit von 23 %.

Ziel dieser Arbeit ist es, die Unsicherheiten der Resonanzstärken zu verringern.

## 2. Grundlagen

### 2.1. Der Atomkern

#### 2.1.1. Eigenschaften des Atomkerns

Ein Atomkern besteht aus  $A$  Nukleonen. Diese setzen sich aus  $Z$  positiv geladenen Protonen und  $N$  elektrisch neutralen Neutronen zusammen, wobei die Massenzahlen über

$$A = Z + N \quad (2.1)$$

miteinander verbunden sind. Somit kann ein Atomkern des chemischen Elements  $X$  durch den Ausdruck  ${}^A_ZX_N$  unverwechselbar beschrieben werden. Der so eindeutig spezifizierte Kern wird als Nuklid bezeichnet. Unterschiedliche Nuklide haben einzigartige physikalische Eigenschaften.

Beispielsweise beschreibt die Ordnungszahl  $Z = 22$  in Verbindung mit  $N = 22$  Neutronen eindeutig das Nuklid  ${}^{44}\text{Ti}$ . Dieses ist wie auch  ${}^{40}\text{Ca}$  ein sog.  $\alpha$ -Nuklid, da es aus  $\alpha$ -Teilchen zusammengesetzt werden kann und somit

$$Z = N = \frac{A}{2} \quad (2.2)$$

gilt.

Nuklide mit identischer Protonenzahl werden Isotope genannt. Da die Anzahl der Protonen auch das chemische Element bestimmt, gehören Isotope stets zu genau einem Element. Dies bedeutet weiter, dass verschiedene Isotope zwar unterschiedliche physikalische, jedoch weitgehend gleiche chemische Eigenschaften aufweisen. Zum Beispiel besteht natürlich vorkommendes Calcium aus sechs verschiedenen Isotopen, welche in Tab. 2.1 zu finden sind. Besonders hervorzuheben sind hier die Isotope  ${}^{40}\text{Ca}^1$  und  ${}^{44}\text{Ca}^2$ .

Bei näherer Betrachtung der Atom- bzw. Kernmassen<sup>3</sup> ist Folgendes festzustellen: Wird

---

<sup>1</sup>Das Isotop  ${}^{40}\text{Ca}$  ist wichtig für die  ${}^{40}\text{Ca}(\alpha,\gamma){}^{44}\text{Ti}$ -Reaktion (Abschn. 2.2.1).

<sup>2</sup>Das Isotop  ${}^{44}\text{Ca}$  entsteht nach [Cla03, S. 194] fast ausschließlich durch den Zerfall des radioaktiven  ${}^{44}\text{Ti}$  (Abschn. 2.1.2).

<sup>3</sup>Da die Masse eines Protons ca. 1836 mal so groß wie die des Elektrons ist, wird hier der Unterschied

**Tabelle 2.1.:** Prozentuale Häufigkeiten (aus [Wib07]) im natürlichen Isotopengemisch des Calciums

Isotop	<sup>40</sup> Ca	<sup>42</sup> Ca	<sup>43</sup> Ca	<sup>44</sup> Ca	<sup>46</sup> Ca	<sup>48</sup> Ca
Häufigkeit	96,941 %	0,647 %	0,135 %	2,086 %	0,004 %	0,187 %

die experimentell bestimmte Masse [AWT03] des Kerns für jedes Nuklid durch seine Massenzahl  $A$  dividiert, stimmen die Ergebnisse nicht überein. Es gilt, dass die Masse eines Atomkerns  $m_K$  kleiner als die Summe der Massen seiner Bestandteile ist. Dieser Unterschied entspricht der Bindungsenergie  $E_B$  der Nukleonen, die wegen der Einstein-Beziehung

$$E_B = \Delta mc^2 \quad (2.3)$$

einem Massendefekt  $\Delta m$  äquivalent ist. Dieser lässt sich mit der Protonenmasse  $m_p$  und der Neutronenmasse  $m_n$  durch

$$\Delta m = Zm_p + Nm_n - m_K \quad (2.4)$$

darstellen. Demnach wird die Bindungsenergie  $E_B$  beim Aufbau eines Kerns aus einzelnen Nukleonen frei. Die Bindungsenergie des Nuklids <sup>44</sup>Ti z.B. beträgt 37,548 MeV [Cla03].

### 2.1.2. Radioaktiver Zerfall

Bei einem einzelnen radioaktiven Atomkern lässt sich nicht vorhersagen, wann er zerfällt. Handelt es sich jedoch um eine große Anzahl instabiler Kerne  $N$ , lassen sich Wahrscheinlichkeitsaussagen über den Ablauf des Zerfalls machen. Dabei gibt die Zerfallskonstante  $\lambda$  die Wahrscheinlichkeit an, dass ein Kern in einer bestimmten Zeit zerfällt. Die Anzahl der Zerfälle je Zeiteinheit heißt Aktivität  $A$  und wird durch die Differentialgleichung

$$A = -\frac{dN}{dt} = \lambda N \quad (2.5)$$

beschrieben. Durch Integration dieser Gleichung lässt sich auf die Anzahl der instabilen Kerne

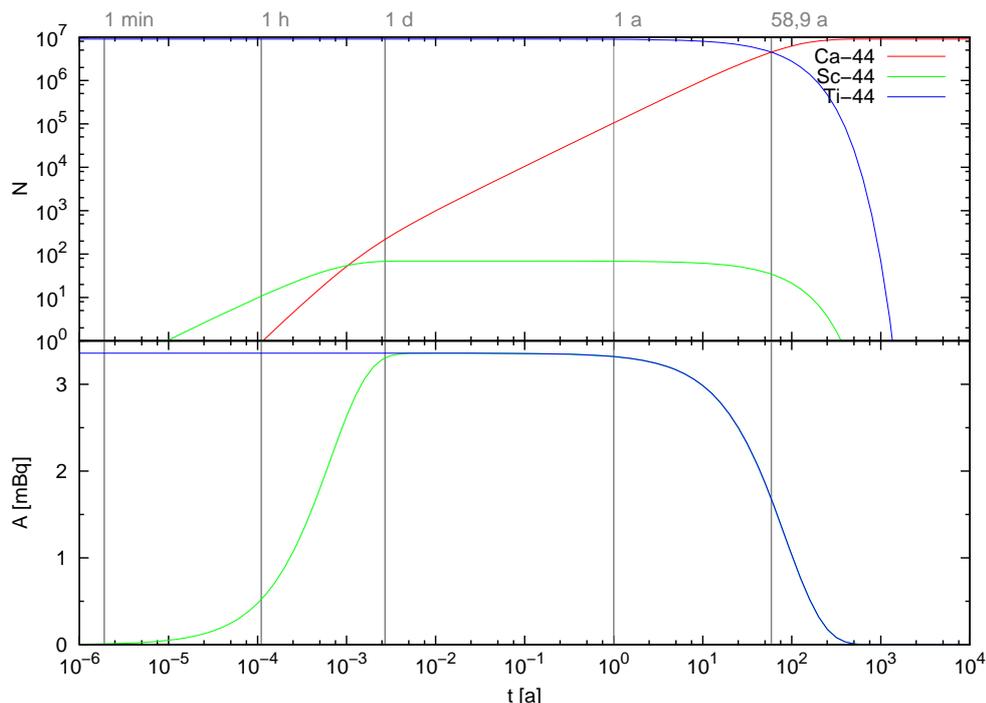
$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t} \quad (2.6)$$

schließen, die nach der Zeit  $t$  verbleiben, wenn zum Zeitpunkt  $t = 0$  genau  $N_0$  Ausgangskerne vorlagen.

Die Halbwertszeit  $T_{1/2}$  gibt an, wann die Hälfte der Ausgangskerne zerfallen ist. Damit

---

zwischen Atom- und Kernmasse vernachlässigt.



**Abbildung 2.1.:** Besetzungszahlen  $N$  und Aktivitäten  $A$  in Millibecquerel beim Zerfall des instabilen Mutternuklids  $^{44}\text{Ti}$ , welches in das ebenfalls instabile Tochternuklid  $^{44}\text{Sc}$  und schließlich in das stabile Enkelnuklid  $^{44}\text{Ca}$  zerfällt.

steht sie über

$$\frac{1}{2} N_0 = N_0 e^{-\lambda T_{1/2}} \quad \Leftrightarrow \quad T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} \quad (2.7)$$

mit der Zerfallskonstante im Zusammenhang.

Die mittlere Lebensdauer  $\tau$  gibt an, nach welcher Zeit die Anzahl auf  $1/e$  der Ausgangskerne gesunken ist. Mit dem Zerfallsgesetz, Gl. (2.6), wird die reziproke Relation zur Zerfallskonstante

$$\frac{1}{e} N_0 = N_0 e^{-\lambda \tau} \quad \Leftrightarrow \quad \tau = \frac{1}{\lambda} \quad (2.8)$$

ersichtlich.

Wenn ein radioaktiver Mutterkern zerfällt, besteht die Möglichkeit, dass wieder ein nicht stabiler Tochterkern entsteht. Ein Bsp. hierfür ist der Zerfall des radioaktiven  $^{44}\text{Ti}$ -Kerns. Hierbei ist die Halbwertszeit des Mutternuklids nach [AGM<sup>+</sup>06] von  $T_{1/2}(^{44}\text{Ti}) = 58,9 \text{ a}$  viel größer als die des Tochterkerns Scandium mit  $T_{1/2}(^{44}\text{Sc}) = 3,891 \text{ h}$ . Der  $^{44}\text{Sc}$ -Tochterkern  $^{44}\text{Ca}$  ist hingegen stabil. Der Verlauf der Besetzungszahlen und Aktivitäten ist in Abb. 2.1 dargestellt, wobei davon ausgegangen wird, dass zum Zeitpunkt  $t = 0$  keine Tochter- bzw. Enkelnuklide, aber  $N_0 = 9 \cdot 10^6$  Mutterkerne vorliegen.

Unter anderem in [Dem04, S. 40] wird erläutert, wie sich die Besetzungszahlen bei ei-

nem instabilen Tochterkern verhalten. Mit den dort aufgeführten Gleichungen wurden die Kurven für dieses Bsp. erzeugt, um sie folgend qualitativ zu beschreiben.

Die Anzahl der Mutterkerne  $^{44}\text{Ti}$  nimmt zunächst ( $T_{1/2}(^{44}\text{Ti}) = 58,9 \text{ a}$ ) nur sehr langsam ab. Der erste  $^{44}\text{Sc}$ -Kern entsteht nach ca. fünf Minuten, der erste  $^{44}\text{Ca}$ -Kern nach ungefähr einer Stunde.

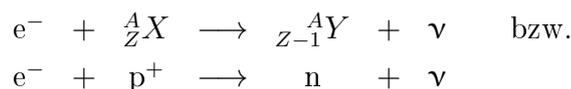
Da die Zerfallswahrscheinlichkeit des  $^{44}\text{Sc}$ -Nuklids viel größer als die des  $^{44}\text{Ti}$ -Nuklids ist, zerfallen die  $^{44}\text{Sc}$ -Kerne sehr schnell weiter. Dies ist in diesem Bsp. daran zu erkennen, dass die Anzahl der Scandiumkerne nach etwa einem Tag einen Sättigungswert von 69 Kernen erreicht, somit nimmt die Zahl der Calciumkerne stetig zu. Ab diesem Zeitpunkt wird die Aktivität vollkommen durch das Titan-44 dominiert. Dementsprechend zerfallen pro Zeiteinheit bereits nach einem Tag genau so viele Tochter- wie Mutterkerne. Dies ist ein wichtiger Fakt für die Untersuchung der  $^{40}\text{Ca}(\alpha, \gamma)^{44}\text{Ti}$ -Reaktion, da bereits ein Tag nach der Aktivierung die Anzahl der entstandenen  $^{44}\text{Ti}$ -Kerne bestimmt werden kann.

Wegen der vernachlässigbaren Anzahl der  $^{44}\text{Sc}$ -Kerne schneiden sich die Besetzungszahlkurven von Mutter- und Enkelkern genau nach der Halbwertszeit des  $^{44}\text{Ti}$ -Nuklids. Somit sind ebenfalls die Aktivitäten zu diesem Zeitpunkt auf die Hälfte des Anfangswertes gesunken. Schließlich sinkt auch die Anzahl der Scandiumkerne, da im weiteren Verlauf nicht mehr ausreichend Titankerne zerfallen.

### 2.1.3. Elektroneneinfang und $\beta^+$ -Zerfall

Ein instabiler Kern kann durch Emission von  $\alpha$ -,  $\beta$ - und  $\gamma$ -Strahlung, durch Elektroneneinfang oder innere Konversion in einen neuen Zustand übergehen. Da dies z. B. bei den Nukliden  $^{44}\text{Ti}$  und  $^{44}\text{Sc}$  über den Elektroneneinfang und bei  $^{44}\text{Sc}$  zusätzlich über den  $\beta^+$ -Zerfall erfolgt, sollen diese Prozesse nun beschrieben werden.

**Elektroneneinfang** Hierbei wird ein Elektron  $e^-$  aus der Atomhülle von seinem Atomkern eingefangen. Damit kann sich ein Proton  $p$  in ein Neutron  $n$  umwandeln, wobei ein Neutrino  $\nu$  emittiert wird. Dies bedeutet für den Kern, dass sich die Ordnungszahl verringert, die Massenzahl aber erhalten bleibt. Dieser Prozess kann durch

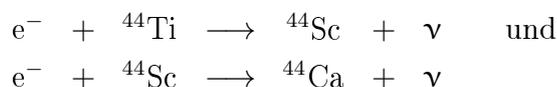


dargestellt werden und ist möglich, da Elektronen der Atomhülle eine gewisse Aufenthaltswahrscheinlichkeit im Atomkern haben. Beispielsweise ist sie für Elektronen der K-Schale im Kern maximal. Bei diesem Prozess spricht man auch vom K-Einfang. Ist die

Energiedifferenz zwischen Mutter- und Tochterkern größer als die Bindungsenergie eines Hüllenelektrons, ist auch der Einfang aus höheren Schalen möglich.

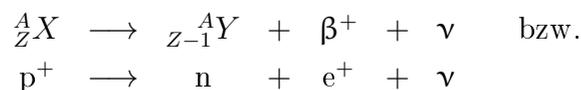
Das so entstandene Loch wird durch ein Elektron aus einer höheren Schale aufgefüllt. Da diese höhere Schale einem höheren Energieniveau entspricht, wird die frei werdende Energie schließlich entweder durch charakteristische Röntgenstrahlung oder durch ein sogenanntes Auger-Elektron emittiert.

Ein weiteres Merkmal für den Elektroneneinfang ist das monochromatische Neutrino, dessen Energie eindeutig festgelegt ist, da die Energiedifferenz zwischen Mutter- und Tochterkern auf nur zwei Körper verteilt wird. Dabei ist wegen der vernachlässigbaren Masse des Neutrinos auch der Energieanteil des Tochterkerns vernachlässigbar. Die Prozesse



sind Beispiele für den Elektroneneinfang.

**Beta-Plus-Zerfall** Während eines  $\beta^+$ -Zerfalls wandelt sich ein Proton in ein Neutron um, wobei ein Positron  $e^+$  und ein Neutrino emittiert werden. Analog zum Elektroneneinfang wird dabei die Ordnungszahl verringert und die Massenzahl bleibt erhalten. Bei der Darstellung des Prozesses



ist zu beachten, dass bei der Reaktion der Nuklide die Atomhülle vernachlässigt wird. Da die Elektronenanzahl gleich der Ordnungszahl  $Z$  sein muss, wandelt sich beim  $\beta^+$ -Zerfall entweder ein positiv geladenes Ion  $X^+$  in ein neutrales Atom  $Y$  oder ein neutrales Atom  $X$  in ein negativ geladenes Ion  $Y^-$  um.

Sowohl die Energie des Neutrinos, als auch die des Positrons haben beim  $\beta^+$ -Zerfall ein kontinuierliches Spektrum, da die Energie des Zerfalls auf drei Körper aufgeteilt wird, wobei der Energieanteil des Tochterkerns vernachlässigbar ist.

Das Positron wird anschließend in der den Kern umgebenden Materie abgebremst. Trifft es dann auf ein Elektron, entsteht Vernichtungsstrahlung mit einer  $\gamma$ -Energie von  $m_e c^2 = 511 \text{ keV}$ .

Dies entspricht auch der Energie, die für einen  $\beta^+$ -Zerfall grundsätzlich nötig ist, da das Positron erst während des Zerfalls entsteht. Da die Zerfallsenergie beim  ${}^{44}\text{Ti}$  zum  ${}^{44}\text{Sc}$  nach [CJA99, S. 359] nur  $(267,5 \pm 1,9) \text{ keV}$  beträgt, ist demnach der  $\beta^+$ -Zerfall vollständig

unterdrückt und es kann nur zum Elektroneneinfang kommen. Jedoch ist



ein Bsp. für den  $\beta^+$ -Zerfall.

## 2.2. Strahlungseinfang

### 2.2.1. Der Q-Wert

Eine Vielzahl von Reaktionen in der nuklearen Astrophysik lässt sich folgendermaßen beschreiben. Ein ruhender Targetkern<sup>4</sup>  $T$  wandelt sich beim Auftreffen eines energiereichen Projektils  $P$  um, wobei ein weiteres Teilchen emittiert wird. Wenn das ausgestrahlte Teilchen ein Gammaquant  $\gamma$  ist, wird die Kernumwandlung als Strahlungseinfang mit der Schreibweise  $T(P,\gamma)X$  bezeichnet. Da die gesamte relativistische Energie erhalten bleiben muss, kann im Laborsystem die Energiebilanz

$$m_T c^2 + m_P c^2 + E_P^{\text{Lab}} = m_X + E_X^{\text{Lab}} + E_\gamma \quad (2.9)$$

aufgestellt werden, wobei  $m_T$ ,  $m_P$  bzw.  $m_X$  die Ruhemassen des Target-, Projektil- bzw. erzeugten Kerns und  $E_P^{\text{Lab}}$ ,  $E_X^{\text{Lab}}$  bzw.  $E_\gamma$  die kinetischen Energien des Projektilkerns, des erzeugten Kerns bzw. die des emittierten Gammas sind.

Im Abschn. 2.1.1 wurde gezeigt, dass die Summe der Massen der Konstituenten größer ist als die Masse des Gesamtkerns. Ähnliches ist auch hier der Fall: Die Kernmasse  $m_X$  kann sich von der Summe aus Projektil- und Targetkernmasse unterscheiden. Dementsprechend folgt aus Gl. (2.9), dass auch die kinetischen Energien vor und nach der Reaktion nicht übereinstimmen müssen. Dieser Energieunterschied wird als  $Q$ -Wert bezeichnet, und lässt sich durch

$$Q = m_T c^2 + m_P c^2 - m_X \quad (2.10)$$

$$= E_X^{\text{Lab}} + E_\gamma - E_P^{\text{Lab}} \quad (2.11)$$

ausdrücken. Wird bei der Reaktion Energie frei, nennt man sie exotherm und der  $Q$ -Wert ist positiv. Ist er negativ, nennt man die Reaktion endotherm.

Ein Bsp. für einen Strahlungseinfang ist die  ${}^{40}\text{Ca}(\alpha,\gamma){}^{44}\text{Ti}$ -Reaktion. Bei dieser trifft das Projektil  $\alpha$  auf das Target  ${}^{40}\text{Ca}$ , das sich dann unter Emission eines  $\gamma$ -Quants in

---

<sup>4</sup>Target (engl.; „Ziel(scheibe)“)

einen  $^{44}\text{Ti}$ -Kern umwandelt. Mit dem  $Q$ -Wert-Rechner [PS03] können  $Q$ -Werte bestimmt werden. Das Ergebnis für diese Reaktion

$$Q(^{40}\text{Ca}(\alpha,\gamma)^{44}\text{Ti}) = +(5127,1 \pm 0,7) \text{ keV} \quad (2.12)$$

entspricht dem in [DSB82] experimentell ermittelten Wert.

### 2.2.2. Wechselwirkungen der Ionenstrahlen in Materie

In Experimenten werden in der Regel Teilchenstrahlen erzeugt. Diese bestehen aus einer großen Anzahl von Projektilen, sodass sich statistische Aussagen formulieren lassen. Dieser Abschnitt erläutert drei Größen, die wichtig sind, um Wechselwirkungen der Ionenstrahlen in Materie beschreiben zu können.

**Bremsquerschnitt** Nach [Ili07, S. 227] sind Zusammenstöße von geladenen Teilchen mit Absorberatomen statistischer Natur. Wenn die Anzahl der Zusammenstöße je Weglänge sehr groß ist, kann der gesamte Energieverlust durch viele kleine Verluste beschrieben werden. Das Verhältnis von differentiellem Energieverlust  $dE$  zu differentieller Weglänge  $dx$  wird lineares Bremsvermögen

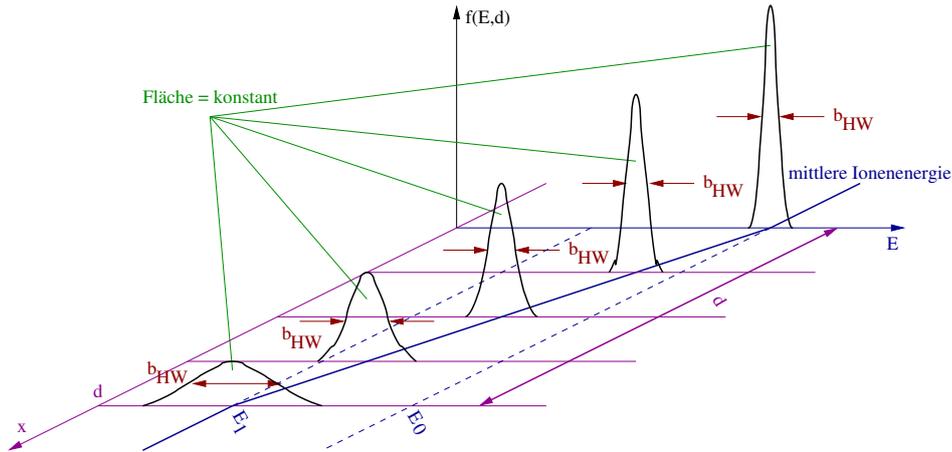
$$\varepsilon_{\text{lin}}(E) = -\frac{dE}{dx} \quad (2.13)$$

genannt. Da das Bremsvermögen von der Teilchenzahldichte  $n_T$  des Absorbers abhängt, kann es auch über

$$\varepsilon(E) = -\frac{1}{n_T} \frac{dE}{dx} \quad (2.14)$$

definiert werden. Vereinfachend wird  $\varepsilon(E)$  folgend ebenfalls Bremsvermögen genannt, obwohl die zutreffende Bezeichnung Bremsquerschnitt wäre.

**Effektives Bremsvermögen** Wenn das Target nicht aus einem reinen Element besteht, muss ein effektives Bremsvermögen pro relevantem Kern berechnet werden. Dazu werden die entsprechenden Anteile des Bremsvermögens summiert. Dies soll hier am Beispiel eines Calciumoxidtargets verdeutlicht werden, wobei nur die Reaktion mit dem Nuklid  $^{40}\text{Ca}$  interessiert. Das Target besteht aus einem Gemisch aus  $N_{\text{rele}}$  relevanten und  $N_{\text{irre}}$  irrelevanten Calciumkernen, sowie aus  $N_{\text{O}}$  Sauerstoffkernen, die ebenfalls nicht an der interessierenden Reaktion teilnehmen. Wenn das Bremsvermögen  $\varepsilon_{\text{Ca}}$  in allen Calciumisotopen



**Abbildung 2.2.:** Schematische Darstellung der Energieverteilungsfunktion  $f(E,d)$  für einen monoenergetischen, geladenen Teilchenstrahl nach verschiedenen Eindringtiefen  $x$ . Nach [WF76, Fig. 6].

(siehe Tab. 2.1) gleich ist, ergibt sich das effektive Bremsvermögen aus

$$\varepsilon_{\text{eff}} = \frac{N_{\text{rele}}}{N_{\text{rele}}} \varepsilon_{\text{Ca}} + \frac{N_{\text{irre}}}{N_{\text{rele}}} \varepsilon_{\text{Ca}} + \frac{N_{\text{O}}}{N_{\text{rele}}} \varepsilon_{\text{O}} \quad (2.15)$$

$$= \left(1 + \frac{N_{\text{irre}}}{N_{\text{rele}}}\right) \varepsilon_{\text{Ca}} + \frac{N_{\text{O}}}{N_{\text{rele}}} \varepsilon_{\text{O}}. \quad (2.16)$$

Das Verhältnis  $N_{\text{irre}}/N_{\text{rele}}$  entspricht dabei dem Verhältnis der prozentualen Häufigkeiten aus Tab. 2.1. Unter der Annahme, dass im Gemisch die Anzahl der Sauerstoffkerne  $N_{\text{O}}$  gleich der Anzahl aller Calciumkerne  $N_{\text{Ca}}$  ist, gilt

$$N_{\text{O}} = N_{\text{Ca}}. \quad (2.17)$$

Für dieses Bsp. folgt

$$\varepsilon_{\text{eff}} = \left(1 + \frac{3,059}{96,941}\right) \varepsilon_{\text{Ca}} + \frac{100}{96,941} \varepsilon_{\text{O}}. \quad (2.18)$$

**Energetische Strahlbreite** Dringt eine große Anzahl näherungsweise monoenergetischer Ionen in Materie ein, kommt es zum statistisch verteilten Energieverlust. D.h., die mittlere Ionenenergie verringert sich und die Streuung der Energie nimmt zu. Eine schematische Darstellung der Energieverteilungsfunktion ist in Abb. 2.2 zu finden. Wenn die Teilchenanzahl konstant ist, muss auch die Fläche unter den Verteilungen konstant bleiben. Für geringe Schichtdicken  $d$  kann die mittlere Ionenenergie als linear abnehmend (hier von  $E_0$  auf  $E_1$ ) angenommen werden.

Eine zweckmäßige Näherung für die Breite der gaußförmigen Energieverteilungsfunktion

wurde bereits in [Boh15] abgeleitet, wobei folgende Voraussetzungen gelten: Einerseits muss die Anzahl der Zusammenstöße zwischen den nichtrelativistischen Projektilen und den Absorberelektronen sehr groß sein. Andererseits muss zugleich der mittlere Energieverlust der einfallenden Projektile klein gegenüber ihrer Anfangsenergie sein. Die Halbwertsbreite der Energieverteilung und somit auch die energetische Strahlbreite folgt damit nach [Ili07, S. 235] der Wurzelfunktion

$$b_{\text{HW}}(d) = 2\sqrt{2 \ln 2} \sqrt{4\pi e^4 Z_P^2 Z_T n d}, \quad (2.19)$$

wobei  $e$  die Elementarladung,  $Z_P$  und  $Z_T$  die Ladungszahlen des Projektils und des Targets,  $n$  die Teilchenzahldichte und  $d$  die Schichtdicke darstellen.

### 2.2.3. Doppler- und Rückstoßverschiebung

Bei der Berechnung der zu messenden Energie des freiwerdenden  $\gamma$ -Quants  $E_\gamma$  sind nicht nur der  $Q$ -Wert (Abschn. 2.2.1) und die Energie des Projektilkerns, sondern auch zwei Korrekturen zu berücksichtigen.

Erstens kommt es auf Grund der Relativbewegung zwischen Quelle und Beobachter zum Doppler-Effekt, da sich der erzeugte Kern mit der Geschwindigkeit

$$v_X^{\text{Lab}} = v_P^{\text{Lab}} \frac{m_P}{m_X} \quad (2.20)$$

bewegt, wobei  $v_P^{\text{Lab}}$  die Geschwindigkeit des Projektils im Laborsystem ist und  $m_P$  bzw.  $m_X$  für die Ruhemassen von Projektil und erzeugtem Kern stehen. Daraus folgt die Dopp- lerverschiebung

$$\Delta E_{\text{Dopp}} = E_\gamma \frac{v_X^{\text{Lab}}}{c} \cos \theta \quad (2.21)$$

$$= E_\gamma \frac{\sqrt{2E_P^{\text{Lab}} m_P}}{m_P m_T} \cos \theta, \quad (2.22)$$

wobei  $c$  die Lichtgeschwindigkeit,  $E_P^{\text{Lab}}$  die Projektilenergie im Laborsystem und  $m_T$  die Targetmasse ist. Da der Kosinus des rechten Winkels verschwindet, tritt dieser Effekt bei  $\gamma$ -Quanten, die senkrecht zur Strahlachse emittiert werden, nicht auf.

Zweitens wird bei der Aussendung des  $\gamma$ -Quants dessen Impuls  $h/\lambda$  vom Kern auf- genommen, was die Impulserhaltung erfordert. Dabei ist  $h$  die Planck-Konstante und  $\lambda$  die Wellenlänge des Photons. Dadurch wird die Energie des  $\gamma$ -Quants  $E_\gamma$  um den Anteil

$h^2/(2m_X\lambda^2)$  reduziert, den der Kern aufnimmt. Diese Rückstoßenergie wird mittels

$$\Delta E_{\text{Rück}} = \frac{E_\gamma^2}{2m_X c^2} \quad (2.23)$$

berechnet. Jedoch ist diese zweite Korrektur sehr klein und kann in einem  $\gamma$ -Energiebereich zwischen 100 keV und 15 MeV vernachlässigt werden.

### 2.2.4. Angeregte Kernzustände

Die in Abschnitt 2.2.1 eingeführte frei werdende Energie kann entweder direkt in Form eines einzigen  $\gamma$ -Quants ( $\gamma 1$  in Abb. 2.3) abgegeben werden, oder der Kern kann sich schrittweise über angeregte Zustände abregen. Ein solcher Kernzustand kann durch seine Anregungsenergie  $E_x$  eindeutig beschrieben werden, wobei damit die Energiedifferenz zum Grundzustand quantifiziert wird. Für diesen gilt  $E_x = 0$ . Um von einem angeregten Anfangszustand  $E_a$  in einen Endzustand  $E_e$  überzugehen, kann es in der Regel<sup>5</sup> zur  $\gamma$ -Emission kommen.

Die so erzeugten  $\gamma$ -Quanten lassen sich in zwei Gruppen einteilen. Einerseits gibt es primäre  $\gamma$ -Quanten, die direkt durch den Strahlungseinfang  $T(P,\gamma)X$  erzeugt werden ( $\gamma 1$  bis  $\gamma 4$  in Abb. 2.3). Andererseits gibt es sekundäre  $\gamma$ -Quanten, welche beim Übergang aus angeregten Zuständen hervorgehen ( $\gamma 5$  bis  $\gamma 7$  in Abb. 2.3).

Ein Projektilkern  $P$  mit der Energie im Laborsystem  $E_P^{\text{Lab}}$  hat im Schwerpunktsystem eines Strahlungseinfangs die Energie

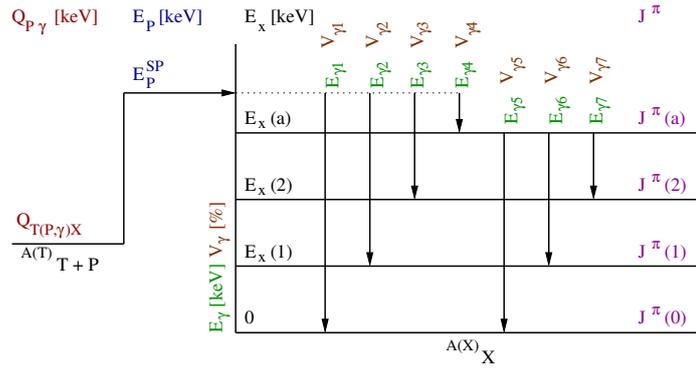
$$E_P^{\text{SP}} = \frac{m_T}{m_T + m_P} E_P^{\text{Lab}}, \quad (2.24)$$

wobei  $m_T$  und  $m_P$  die Massen von Target- und Projektilkern sind. Wird dazu der  $Q$ -Wert (Abschn. 2.2.1) addiert, ergibt sich die Energie des Kerns zum Zeitpunkt der Reaktion. Ist diese ungleich der Energie eines angeregten Zustands, so kann der Kern in Zustände übergehen, deren Energie  $E_x$  geringer ist. Dabei werden primäre  $\gamma$ -Quanten mit der Energie

$$E_\gamma^{\text{prim}} = E_P^{\text{SP}} + Q - E_x + \Delta E_{\text{Dopp}} - \Delta E_{\text{Rück}} \quad (2.25)$$

emittiert. Entspricht die Energie des Kerns zum Zeitpunkt der Reaktion genau einem

<sup>5</sup>Weitere Möglichkeiten der Abregung sind einerseits die innere Konversion (der Kern gibt seine Anregungsenergie durch direkte Energieübertragung auf ein  $e^-$  in der Atomhülle ab, das dann das Atom verlässt, sodass ein einfach positiv geladenes Ion entsteht) und andererseits die innere Paarbildung (bei Kernanregungsenergien oberhalb der zweifachen Ruheenergie des  $e^-$  kann im starken Coulomb-Feld des Kerns die Anregungsenergie zur Erzeugung eines  $e^-e^+$ -Paares verwendet werden).



**Abbildung 2.3.:** Das Energieniveauschema zeigt primäre  $\gamma$ -Quanten ( $\gamma_1$  bis  $\gamma_4$ ), die direkt durch dem Strahlungseinfang  $T(P;\gamma)X$  erzeugt werden. Durch Emission von sekundären  $\gamma$ -Quanten ( $\gamma_5$  bis  $\gamma_7$ ) der Energie  $E_\gamma$  und dem Verzweungsverhältnis  $V_\gamma$  ist der Zerfall aus dem Anfangszustand (a) in zwei angeregte Zustände (2), (1) und in den Grundzustand (0) möglich. Links sind Energien  $E_x$ , rechts Spins und Paritäten  $J^\pi$  der Zustände angegeben.

angeregten Kernzustand

$$E_x = E_P^{SP} + Q, \quad (2.26)$$

kommt es nicht zur Emission primärer  $\gamma$ -Quanten. In beiden Fällen können aber sekundäre  $\gamma$ -Quanten mit der Energie

$$E_\gamma^{sek} = E_a - E_e + \Delta E_{Dopp} - \Delta E_{Rück} \quad (2.27)$$

emittiert werden. Wie in Abschn. 2.2.3 beschrieben, kann  $\Delta E_{Rück}$  jedoch vernachlässigt werden. Außerdem ist zu berücksichtigen, dass die Abregung eines Zustands und somit die elektromagnetische Emission eine bestimmte Wahrscheinlichkeit aufweist. Somit hat jeder angeregte Zustand eine mittlere Lebensdauer. Wenn diese groß genug ist, kann in der Zwischenzeit die Geschwindigkeit  $v_X^{Lab}$  des erzeugten Kerns auf Null sinken. Dies ist manchmal bei sekundären  $\gamma$ -Quanten zu beobachten, bei denen folglich auch die Dopplerverschiebung vernachlässigt werden kann.

Zwei weitere Eigenschaften eines Kernzustands sind Spin  $J$  und Parität  $\pi$ . Diese werden in der Regel auf der rechten Seite eines Energieniveauschemas angegeben. Solch ein allgemeines Schema ist in Abb. 2.3 dargestellt.

### 2.2.5. Übergangswahrscheinlichkeiten

Abb. 2.3 zeigt auch, dass ein Anfangszustand in mehrere Endzustände zerfallen kann. Unter Berücksichtigung der quantenmechanischen Auswahlregeln<sup>6</sup> können die Übergangswahrscheinlichkeiten durch Verzweigungsverhältnisse  $V_\gamma$  beschrieben werden.

Da die Zerfallswahrscheinlichkeit  $\Gamma$  der Partialbreite eines  $\gamma$ -Quants entspricht, kann die gesamte  $\gamma$ -Strahlungsbreite  $\Gamma_{\text{ges}}$  des Anfangszustands als Summe der einzelnen Partialbreiten zu allen Endzuständen  $i$  dargestellt werden als

$$\Gamma_{\text{ges}} = \sum_i \Gamma_i. \quad (2.28)$$

Sollte ein angeregter Zustand nur über die Emission von  $\gamma$ -Strahlung in einen anderen Zustand übergehen, gilt für das Verzweigungsverhältnis in Prozenteinheiten

$$V_i = \frac{\Gamma_i}{\Gamma_{\text{ges}}} \cdot 100 \%. \quad (2.29)$$

Das heißt, damit ist die Wahrscheinlichkeit gegeben, mit der ein angeregter Zustand unter Aussendung eines  $\gamma$ -Quants in einen energieärmeren Zustand übergeht.

In der Literatur und in evaluierten Tabellen (wie z.B. [Cen11]), sind jedoch nicht die Verzweigungsverhältnisse, sondern die relativen Intensitäten angegeben. Diese werden gebildet, indem der vorherrschende Übergang gleich 100 % gesetzt wird. Zu diesem werden andere Übergänge relativ ins Verhältnis gesetzt.

### 2.2.6. Winkelkorrelation

Für die  $\gamma$ -Detektion kann in den meisten Experimenten nicht der gesamte Raumwinkel abgedeckt werden. Wenn jedoch nur ein Ausschnitt detektiert werden kann, muss beachtet werden, dass die Intensität (Abschn. 2.2.5) der emittierten  $\gamma$ -Strahlung winkelabhängig ist.

Verantwortlich dafür ist die Erhaltung der Quantenzahlen beim Übergang zwischen angeregten Kernzuständen (Abschn. 2.2.4). Aus der Literatur, wie z. B. [Bie60], kann folgende Schlussfolgerung gezogen werden: Die winkelabhängige Wahrscheinlichkeit für die Emission von  $\gamma$ -Strahlung kann vereinfacht durch die geradzahigen Legendrepolynome  $P_0$ ,  $P_2$  und  $P_4$  über

$$W(\theta) = P_0(\cos \theta) + a_2 P_2(\cos \theta) + a_4 P_4(\cos \theta), \quad (2.30)$$

---

<sup>6</sup>Die wichtigsten quantenmechanischen Auswahlregeln sind sehr knapp in [Ili07, S. 581] zusammengefasst.

ausgedrückt werden, wobei  $a_2$  und  $a_4$  die Koeffizienten der Legendrepolynome sind. Die Polynome sind u. a. in [BSM05] zu finden und werden durch

$$\begin{aligned} P_0(\cos \theta) &= 1, \\ P_2(\cos \theta) &= \frac{1}{2}(3 \cos^2 \theta - 1) \quad \text{und} \\ P_4(\cos \theta) &= \frac{1}{8}(35 \cos^4 \theta - 30 \cos^2 \theta + 3) \end{aligned} \quad (2.31)$$

ausgedrückt. Um die erforderliche Anzahl der Polynome weiter zu reduzieren, ist es von Vorteil, nur bei speziellen Winkeln zu messen. Da der Kosinus von  $90^\circ$  Null ist, vereinfacht sich die Wahrscheinlichkeit zu

$$W(90^\circ) = 1 - \frac{1}{2} a_2 + \frac{3}{8} a_4. \quad (2.32)$$

Um das zweite Legendrepolynom zu eliminieren, muss

$$\theta = \arccos \sqrt{\frac{1}{3}} \quad (2.33)$$

gelten. Demnach verschwindet das zweite Legendrepolynom bei ca.  $55^\circ$  und  $125^\circ$ , sodass sich

$$W(55^\circ) = W(125^\circ) = 1 - \frac{7}{18} a_4 \quad (2.34)$$

ergibt.

## 2.3. Reaktionsraten

### 2.3.1. Wirkungsquerschnitt

Die Definition des Wirkungsquerschnitts ist gegeben durch:

1. In einem Teilchenstrahl durchqueren je Zeiteinheit  $t$  genau  $N_P$  Projektilkerne die Fläche  $F$ .
2. Dieser Teilchenstrahl fällt auf  $N_T$  Kerne in einem Target, die sich nicht überlagern.
3. Dabei kommt es in der Zeit  $t$  zu  $N_R$  Reaktionen.

Damit ist der Wirkungsquerschnitt  $\sigma$  nach [Ili07, S. 75] durch

$$\begin{aligned}\sigma &= \frac{\text{Anzahl der Wechselwirkungen je Zeit}}{\text{(einfallende Teilchenzahl je Fläche und Zeit) (Targetkernzahl innerhalb des Strahls)}} \\ &= \frac{N_R/t}{[N_P/(tF)]N_T}\end{aligned}\quad (2.35)$$

definiert und somit eine quantitative Größe für die Wahrscheinlichkeit des Auftretens einer Wechselwirkung. Hierbei ist wichtig, dass der Wirkungsquerschnitt  $\sigma = \sigma(E)$  energieabhängig ist, d. h. die Reaktionswahrscheinlichkeit ist abhängig von der Energie der einfallenden Teilchen. Eine mögliche Auswirkung dieser Energieabhängigkeit wird im nächsten Abschnitt behandelt.

### 2.3.2. Breit-Wigner-Resonanzformel

Bei bestimmten, diskreten Energien, den sogenannten Resonanzenergien  $E_{\text{Res}}$ , ist die Wahrscheinlichkeit für eine Kernreaktion besonders hoch. Dies zeigt sich im Verlauf des Wirkungsquerschnitts (Abschn. 2.3.1) in Abhängigkeit von der Energie als ein irregulärer Ausschlag, welcher als Resonanz bezeichnet wird. Bei z. B. einem Strahlungseinfang (Abschn. 2.2) entspricht eine Resonanz einem angeregten Kernzustand (Abschn. 2.2.4).

Wenn die Partialbreiten  $\Gamma_i$  (Abschn. 2.2.5) der beteiligten Teilchen über die gesamte Resonanzbreite  $\Gamma_{\text{Res}}$  näherungsweise konstant sind, handelt es sich nach [Ili07, S. 191] um eine schmale Resonanz. Von isolierten, schmalen Resonanzen ist die Rede, wenn die Niveaudichte (Abschn. 2.2.4) im erzeugten Kern (Abschn. 2.2.1) so klein ist, dass die Resonanzen sich nicht erheblich in ihrer Amplitude überlagern.

**Wirkungsquerschnittsverlauf nach Breit-Wigner** Der funktionale Verlauf des Wirkungsquerschnitts im Bereich einer schmalen, isolierten Resonanz lässt sich sehr gut durch die Breit-Wigner-Kurve beschreiben. Sie ist eine nach [BSM05, Gl. 2.226b] durch

$$f(x) = \frac{a}{b^2 + (x - c)^2} \quad (a > 0) \quad (2.36)$$

gegebene Wahrscheinlichkeitsverteilung und das Ergebnis der Fourier-Transformation einer gedämpften Schwingung.

Die Fläche unter dem Wirkungsquerschnitt nach Gl. (2.36) ist proportional zur sog. Resonanzstärke, die über

$$\omega\gamma = \frac{(2J_{\text{Res}} + 1)}{(2J_P + 1)(2J_T + 1)} \frac{\Gamma_{\text{eK}}\Gamma_{\text{aK}}}{\Gamma_{\text{Res}}}\quad (2.37)$$

definiert ist, wobei  $J_{\text{Res}}$ ,  $J_P$  bzw.  $J_T$  die Gesamtdrehimpulse der Resonanz, des Projektils bzw. des Targets,  $\Gamma_{\text{Res}}$  die gesamte Resonanzbreite und  $\Gamma_{\text{eK}}$  bzw.  $\Gamma_{\text{aK}}$  die Partialbreiten des Ein- bzw. Ausgangskanals sind.

Weiter lässt sich mit der Einführung der reduzierten Masse der Resonanz

$$\mu_{\text{Res}} = \frac{m_P m_T}{m_P + m_T} \quad (2.38)$$

auch die de-Broglie-Wellenlänge der Resonanz

$$\lambda_{\text{Res}} = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2\mu_{\text{Res}}E_{\text{Res}}}} \quad (2.39)$$

bilden, welche neben der Resonanzenergie  $E_{\text{Res}}$  die reduzierte Planck-Konstante  $\hbar$  beinhaltet. Letztere steht mit der Planck-Konstante  $h$  über

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} \quad (2.40)$$

im Zusammenhang. Schließlich lassen sich diese Definitionen in die Breit-Wigner-Kurve, Gl. (2.36), über die Substitutionen

$$a = \frac{\lambda_{\text{Res}}^2}{4\pi} \omega\gamma \Gamma_{\text{Res}}, \quad (2.41)$$

$$b = \Gamma_{\text{Res}}/2 \quad \text{und} \quad (2.42)$$

$$c = E_{\text{Res}} \quad (2.43)$$

einsetzen, sodass sich mit  $f(x) = \sigma_{\text{BW}}(E)$  der Breit-Wigner-Wirkungsquerschnitt

$$\sigma_{\text{BW}}(E) = \frac{\lambda_{\text{Res}}^2}{4\pi} \omega\gamma \frac{\Gamma_{\text{Res}}}{(E_{\text{Res}} - E)^2 + \Gamma_{\text{Res}}^2/4} \quad (2.44)$$

ergibt.

Die Höhe der Resonanzlinie, also der maximale Wirkungsquerschnitt, ist bei der Resonanzenergie zu finden und kann mit

$$\sigma_{\text{BW}}(E = E_{\text{Res}}) = \frac{\lambda_{\text{Res}}^2}{\pi} \frac{\omega\gamma}{\Gamma_{\text{Res}}} \quad (2.45)$$

berechnet werden.

**Das Resonanztriplett** Da bis hier alle erforderlichen Eigenschaften für die Beschreibung des Resonanztripletts der  $^{40}\text{Ca}(\alpha, \gamma)^{44}\text{Ti}$ -Reaktion bei ca. 4,5 MeV (Abschn. 1.3) eingeführt

wurden, sollen diese nach [DSS80] folgend vorgestellt werden:

- Die Niveauenergien  $E_x$  (Abschn. 2.2.4) der Resonanzen unterscheiden sich um je 12 keV und haben die Werte  $(9215,0 \pm 2,0)$  keV,  $(9227,0 \pm 2,0)$  keV und  $(9227,0 \pm 2,0)$  keV.
- Demnach unterscheiden sich die Resonanzenergien im Laborsystem jeweils um ca. 13 keV und haben die Werte  $(4496,7 \pm 2,3)$  keV,  $(4509,9 \pm 2,3)$  keV und  $(4523,1 \pm 2,3)$  keV.
- Die Resonanzstärken nach Gl. (2.37) haben die Werte  $(0,50 \pm 0,10)$  eV,  $(5,8 \pm 1,2)$  eV und  $(2,0 \pm 0,4)$  eV.

### 2.3.3. Die Ausbeute

Experimentell kann die Gesamtzahl der Kernreaktionen  $N_R$  und die der einfallenden Projektile  $N_P$  bestimmt werden. Nach [Ili07, S. 334]) wird das Verhältnis dieser beiden Größen

$$Y = \frac{\text{Gesamtzahl der Kernreaktionen}}{\text{Gesamtzahl einfallender Teilchen}} = \frac{N_R}{N_P} \quad (2.46)$$

Ausbeute (engl. yield) der Reaktion genannt. Eine Funktion der Ausbeute über der Einschussenergie wird als Anregungsfunktion bezeichnet.

Für die Herleitung der Ausbeute als Funktion der Einschussenergie, werden in [Ili07, S. 335] sinngemäß folgende fünf Annahmen getroffen:

1. Ein monoenergetischer Teilchenstrahl fällt mit  $E_0$  auf die Fläche  $F$  eines Targets.
2. Dieses Target kann in infinitesimal dicke Scheiben  $dx_i$  unterteilt werden.
3. Der Energieverlust des Strahls je Scheibe  $\Delta E_i$  ist so klein, dass Wirkungsquerschnitt  $\sigma_i$  aus Gl. (2.35) und Bremsvermögen  $\varepsilon_i$  aus Gl. (2.14) in  $dx_i$  konstant sind.
4. Durch  $N_P$  Projektilkerne kommt es in Scheibe  $i$  zu  $N_{R,i}$  Reaktionen.
5. Für jede Scheibe bedeutet  $N_{T,i}$  die Anzahl der Targetkerne, dessen Teilchenzahldichte  $n_{T,i}$  ist.

Eingesetzt in Definition (2.46) ergibt sich die Ausbeute in Scheibe  $i$  des Targets zu

$$Y_i = \frac{N_{R,i}}{N_P} = \sigma(x) \frac{N_{T,i}}{F} = \sigma_i n_{T,i} dx_i. \quad (2.47)$$

Die Gesamtausbeute ist durch Integration über alle Targetscheiben

$$Y(E_0) = \int \sigma(x)n_T(x)dx \quad (2.48)$$

$$\begin{aligned} &= \int \sigma(x)n_T(x)dx \frac{dE(x)}{dx} \frac{dx}{dE(x)} \\ &= \int_{E_0-\Delta E}^{E_0} \frac{\sigma(E)}{\varepsilon(E)} dE \end{aligned} \quad (2.49)$$

gegeben. Die Größe  $\Delta E$  ist der gesamte Energieverlust des Strahls im Target, was der Targetdicke in Energieeinheiten entspricht.

In der Regel kann der Wirkungsquerschnitt  $\sigma = \sigma(E)$  gefunden werden, indem die Ausbeute gemessen und Gl. (2.49) numerisch gelöst wird. In speziellen Fällen, wie z. B. bei schmalen isolierten Resonanzen (Abschn. 2.3.2), kann das Integral aber auch analytisch berechnet werden, wie es u. a. in [Ili07, S. 339] beschrieben ist.

**Ausbeute für Resonanzen nach Breit-Wigner** Bei einer schmalen Resonanz ist der Wirkungsquerschnitt durch Gl. (2.44) gegeben und somit folgende Annahme begründet: Das Bremsvermögen (2.14) ist über die gesamte Resonanzbreite  $\Gamma_{\text{Res}}$  unabhängig von der Energie, sodass es bei der Resonanzenergie durch  $\varepsilon(E) = \varepsilon(E_{\text{Res}})$  berechnet werden kann.

Durch Einsetzen des Wirkungsquerschnitts nach Breit-Wigner (2.44) in das Integral der Gesamtausbeute (2.49) ergibt sich

$$Y(E_0) = \int_{E_0-\Delta E}^{E_0} \frac{1}{\varepsilon_{\text{Res}}} \frac{\lambda_{\text{Res}}^2}{4\pi} \omega\gamma \frac{\Gamma_{\text{Res}}}{(E_{\text{Res}} - E)^2 + \Gamma_{\text{Res}}^2/4} dE \quad (2.50)$$

$$= \frac{\lambda_{\text{Res}}^2}{2\pi} \frac{\omega\gamma}{\varepsilon_{\text{Res}}} \frac{\Gamma_{\text{Res}}}{2} \int_{E_0-\Delta E}^{E_0} \frac{dE}{(E_{\text{Res}} - E)^2 + (\Gamma_{\text{Res}}/2)^2}, \quad (2.51)$$

wobei  $\lambda_{\text{Res}}$  die de-Broglie-Wellenlänge aus Gl. (2.39),  $\omega\gamma$  die Resonanzstärke aus Gl. (2.37),  $\varepsilon_{\text{Res}} = \varepsilon(E_{\text{Res}})$  das Bremsvermögen bei Resonanzenergie und  $\Delta E$  die energetische Targetdicke ist. Das Integral kann mit

$$\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} \quad (2.52)$$

aus [BSM05, Tab. 8.1] gelöst werden, wobei zu beachten ist, dass

$$\int \frac{dx}{a^2 + (b-x)^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x-b}{a} \quad (2.53)$$

gilt. Schließlich ergibt sich die Ausbeute einer Resonanz nach Breit-Wigner zu

$$Y(E_0) = \frac{\lambda_{\text{Res}}^2}{2\pi} \frac{\omega\gamma}{\varepsilon_{\text{Res}}} \left( \arctan \frac{E_0 - E_{\text{Res}}}{\Gamma_{\text{Res}}/2} - \arctan \frac{E_0 - E_{\text{Res}} - \Delta E}{\Gamma_{\text{Res}}/2} \right). \quad (2.54)$$

**Verlauf der Ausbeute nach Breit-Wigner** Um die Eigenschaften der Ausbeute (2.54) herzuleiten, muss mit

$$\frac{d \arctan(x)}{dx} = \frac{1}{1+x^2} \quad (2.55)$$

aus [BSM05, Tab. 6.1] zunächst die erste Ableitung

$$Y'(E_0) = \frac{\lambda_{\text{Res}}^2}{2\pi} \frac{\omega\gamma}{\varepsilon_{\text{Res}}} \left[ \frac{1}{1 + \left( \frac{E_0 - E_{\text{Res}}}{\Gamma_{\text{Res}}/2} \right)^2} - \frac{1}{1 + \left( \frac{E_0 - E_{\text{Res}} - \Delta E}{\Gamma_{\text{Res}}/2} \right)^2} \right] \quad (2.56)$$

gebildet werden. Bei der Energie  $E_{0,\text{max}}$ , bei der die Funktion  $Y(E_0)$  maximal wird, gilt für die Ableitung  $Y'(E_{0,\text{max}}) = 0$ , woraus

$$E_{0,\text{max}} = E_{\text{Res}} + \frac{\Delta E}{2} \quad (2.57)$$

folgt. Eingesetzt in die Gl. (2.54) ergibt sich die maximale Ausbeute  $Y_{\text{max}} = Y(E_{0,\text{max}})$  zu

$$Y_{\text{max}} = \frac{\lambda_{\text{Res}}^2}{2\pi} \frac{\omega\gamma}{\varepsilon_{\text{Res}}} \left( \arctan \frac{\Delta E/2}{\Gamma_{\text{Res}}/2} - \arctan \frac{-\Delta E/2}{\Gamma_{\text{Res}}/2} \right), \quad (2.58)$$

woraus sich mit  $\arctan(-x) = -\arctan x$  aus [BSM05, Gl. (2.152)] die Gleichung

$$Y_{\text{max}} = \frac{\lambda_{\text{Res}}^2}{\pi} \frac{\omega\gamma}{\varepsilon_{\text{Res}}} \arctan \frac{\Delta E}{\Gamma_{\text{Res}}} \quad (2.59)$$

ergibt.

Für die Halbwertsbreite der Resonanz ist es wichtig die Energien zu kennen, bei denen die Ausbeute auf 50 % des Maximums angestiegen ist. Wenn man  $Y_{\text{max}}/2$  aus Gl. (2.59) und  $Y(E_{0,50\%})$  aus Gl. (2.54) gleich setzt, ergeben sich mit der Umformung

$$\arctan x - \arctan y = \arctan \frac{x-y}{1+xy} \quad (xy > -1) \quad (2.60)$$

aus [BSM05, Gl. (2.60a)] die Energien zu

$$E_{0,50\%} = E_{\text{Res}} + \frac{\Delta E}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\Gamma_{\text{Res}}^2 + (\Delta E)^2} \quad (2.61)$$

und die Halbwertsbreite der Resonanz zu

$$b_{\text{Res}} = \sqrt{\Gamma_{\text{Res}}^2 + (\Delta E)^2}. \quad (2.62)$$

**Praktische Relevanz** In der Praxis ist die Targetdicke  $\Delta E$  häufig viel größer als die gesamte Resonanzbreite  $\Gamma_{\text{Res}}$ , sodass

$$\arctan \frac{E_0 - E_{\text{Res}} - \Delta E}{\Gamma_{\text{Res}}/2} \xrightarrow{\Delta E \gg \Gamma_{\text{Res}}} -\frac{\pi}{2} \quad (2.63)$$

gilt. Wird dies in Gl. (2.54) für die Ausbeute einer Resonanz nach Breit-Wigner eingesetzt, folgt

$$Y_{\Delta E \gg \Gamma_{\text{Res}}}(E_0) = \frac{\lambda_{\text{Res}}^2}{2\pi} \frac{\omega\gamma}{\varepsilon_{\text{Res}}} \left( \arctan \frac{E_0 - E_{\text{Res}}}{\Gamma_{\text{Res}}/2} + \frac{\pi}{2} \right). \quad (2.64)$$

Analog zu [Ili07, S. 341] kann die maximale Ausbeute

$$Y_{\text{max}, \Delta E \gg \Gamma_{\text{Res}}} = \frac{\lambda_{\text{Res}}^2}{2} \frac{\omega\gamma}{\varepsilon_{\text{Res}}} \quad (2.65)$$

und die Energie

$$E_{0,50\%, \Delta E \gg \Gamma_{\text{Res}}} = E_{\text{Res}} \quad (2.66)$$

hergeleitet werden. Die letzte Gleichung bedeutet, dass die Resonanzenergie auf der ansteigenden Flanke der Anregungsfunktion liegt und somit der Energie entspricht, bei der die Ausbeute auf 50 % angewachsen ist.

Aus den Anregungsfunktionen in Gl. (2.54) und Gl. (2.64) ist nicht direkt erkennbar, wie der Verlauf der Ausbeute durch

- die energetische Strahlbreite und deren Zunahme im Target nach Abschn. (2.2.2),
- die Targetdicke  $\Delta E$  und
- die Gesamtbreite der Resonanz  $\Gamma_{\text{Res}}$

beeinflusst wird. Deshalb sei hier auf [Ili07, S. 349] verwiesen, wo dies in Fig. 4.60 dargestellt ist.

### 2.3.4. Thermonukleare Reaktionsrate

Dieser Abschnitt folgt [AAR<sup>+</sup>99] und [Ili07], wobei die thermonukleare Reaktionsrate am Bsp. des Strahlungseinfangs  $^{40}\text{Ca}(\alpha, \gamma)^{44}\text{Ti}$  (Abschn. 2.2) eingeführt werden soll. Dabei wird die Reaktionsrate zunächst allgemein für teilcheninduzierte Reaktionen beschrieben

und anschließend speziell für schmale Resonanzen nach Breit-Wigner (Abschn. 2.3.2) formuliert. Schließlich werden die Anteile zur thermonuklearen Reaktionsrate dargestellt, die sich aus den wichtigsten Resonanzen der  $^{40}\text{Ca}(\alpha,\gamma)^{44}\text{Ti}$ -Reaktion berechnen lassen.

**Thermonukleare Reaktionsrate für teilcheninduzierte Reaktionen** Die Anzahl der Reaktionen  $N_R$  je Zeit  $t$  und Volumen  $V$  ist als Reaktionsrate

$$r = \frac{N_R}{Vt} \quad (2.67)$$

definiert. Dabei ist  $N_R$  von der Reaktionswahrscheinlichkeit abhängig, die durch den Wirkungsquerschnitt (Abschn. 2.3.1) gegeben ist. Dieser hängt im Allgemeinen von der Energie und somit von der Relativgeschwindigkeit  $v$  des  $^{40}\text{Ca}$ - $\alpha$ -Systems ab, sodass  $\sigma = \sigma(v)$  gilt. Werden die Teilchenzahldichten der  $\alpha$ -Teilchen  $n_\alpha = N_\alpha/V$  und  $^{40}\text{Ca}$ -Kerne  $n_{\text{Ca-40}} = N_{\text{Ca-40}}/V$  mit dem Wirkungsquerschnitt  $\sigma(v)$  in die Definition der Reaktionsrate, Gl. (2.67), eingesetzt, ergibt sich

$$r = n_\alpha n_{\text{Ca-40}} v \sigma(v). \quad (2.68)$$

In Abschnitt 1.2 wird beschrieben, dass sich  $^{44}\text{Ti}$  innerhalb einer Entfernung von ein-tausend Kilometern von der  $\alpha$ -reichen Ausfrierungszone bildet. Für die weitere Herleitung der thermonuklearen Reaktionsrate wird davon ausgegangen, dass sich  $\alpha$ -Teilchen und  $^{40}\text{Ca}$ -Nuklide in einem stellaren Plasma befinden.

Im thermodynamischen Gleichgewicht sind die Relativgeschwindigkeiten zwischen den  $\alpha$ -Teilchen und den  $^{40}\text{Ca}$ -Nukliden nicht konstant, können jedoch durch die Wahrscheinlichkeitsfunktion  $W(v)$  beschrieben werden. Da mit  $W(v)$  alle beteiligten Teilchen erfasst werden, muss

$$\int_0^\infty W(v) dv = 1 \quad (2.69)$$

gelten, wobei  $W(v)dv$  die Wahrscheinlichkeit ist, dass die Relativgeschwindigkeiten der wechselwirkenden Teilchen zwischen  $v$  und  $v + dv$  liegen.

Wird die Reaktionsrate für eine solche Relativgeschwindigkeitsverteilung verallgemeinert, folgt die gesamte Reaktionsrate

$$r = n_\alpha n_{\text{Ca-40}} \int_0^\infty v W(v) \sigma(v) dv, \quad (2.70)$$

wobei hier die Reaktion zweier identischer Teilchen ausgeschlossen werden soll. Demnach ist die Anzahl der Reaktionen je Volumen und Zeit durch das Produkt aus Anzahl der Teilchenpaare und der Reaktionsrate je Teilchenpaar gegeben. Letztere ist mit Gl. 2.70

über

$$\langle \sigma v \rangle_r = \int_0^\infty v W(v) \sigma(v) dv \quad (2.71)$$

definiert und beinhaltet die kernphysikalische Information. In der Literatur ist jedoch meist das Produkt aus Reaktionsrate je Teilchenpaar  $\langle \sigma v \rangle_r$  und Avogadro-Konstante  $N_A$  als Reaktionsrate tabelliert.

In stellarem Plasma stammt die für He- und  $^{40}\text{Ca}$ -Kerne verfügbare kinetische Energie aus ihrer thermischen Bewegung. Deshalb werden Reaktionen, die durch eine solche Bewegung verursacht werden, thermonukleare Reaktionen genannt.

Die Bewegung der He- und  $^{40}\text{Ca}$ -Kerne in stellarem Plasma erfolgt in der Regel nicht-relativistisch, sodass die Geschwindigkeiten durch eine Maxwell-Boltzmann-Verteilung beschrieben werden können. Jedoch hängt die Reaktionswahrscheinlichkeit von den Relativgeschwindigkeiten zwischen den  $\alpha$ -Teilchen und den  $^{40}\text{Ca}$ -Kerne ab.

Aber es gilt auch Folgendes: Wenn die Geschwindigkeiten der wechselwirkenden Kerne beim thermodynamischen Gleichgewicht einzeln durch Maxwell-Boltzmann-Verteilungen beschrieben werden, dann sind auch die Relativgeschwindigkeiten zwischen den zwei Kernarten so verteilt.

Die Maxwell-Boltzmann-Verteilung

$$W(v)dv = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left( \frac{\mu}{2k_B T} \right)^{3/2} \exp\left( \frac{-\mu v^2}{2k_B T} \right) v^2 dv \quad (2.72)$$

gibt die Wahrscheinlichkeit an, dass die Relativgeschwindigkeit einen Wert zwischen  $v$  und  $dv$  hat. Dabei sind  $k_B$  die Boltzmann-Konstante,  $T$  die Temperatur und

$$\mu = \frac{m_\alpha m_{\text{Ca-40}}}{m_\alpha + m_{\text{Ca-40}}} \quad (2.73)$$

analog zu Gl.(2.38) die reduzierte Masse. Mit

$$E = \frac{1}{2} \mu v^2 \quad \Rightarrow \quad \frac{dE}{dv} = \mu v \quad (2.74)$$

kann die Geschwindigkeitsverteilung als eine Energieverteilung

$$W(v)dv \quad \rightarrow \quad W(E)dE = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left( \frac{1}{k_B T} \right)^{3/2} \sqrt{E} e^{-E/k_B T} dE \quad (2.75)$$

beschrieben werden. Es ist zu beachten, dass die Geschwindigkeitsverteilung ihr Maximum

bei

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{2k_B T}{\mu}} \quad (2.76)$$

hat, was einer Energie von

$$E = k_B T \quad (2.77)$$

entspricht. Die Energieverteilung hat jedoch ihr Maximum bei

$$E = \frac{k_B T}{2}. \quad (2.78)$$

Durch Einsetzen der Maxwell-Boltzmann-Energieverteilung (2.75) in die mit  $N_A$  multiplizierte Reaktionsrate je Teilchenpaar (2.71) ergibt sich

$$N_A \langle \sigma v \rangle_r = N_A \sqrt{\frac{8}{\pi \mu}} \frac{1}{(k_B T)^{3/2}} \int_0^\infty E \sigma(E) e^{-E/(k_B T)} dE. \quad (2.79)$$

**Thermonukleare Reaktionsrate für Resonanzen nach Breit-Wigner** Für ausreichend schmale Resonanzen ist der Maxwell-Boltzmann-Faktor  $e^{-E/(k_B T)}$  in Gl. (2.79) über die Gesamtbreite der Resonanz  $\Gamma_{\text{Res}}$  annähernd konstant und kann durch seinen Wert bei  $E_{\text{Res}}$  ersetzt werden. Wenn nun die de-Broglie-Wellenlänge der Resonanz (2.39) in den Breit-Wigner-Wirkungsquerschnitt (2.44) und dieser in die Maxwell-Boltzmann-Reaktionsrate (2.79) eingesetzt wird, kann die Reaktionsrate für eine Breit-Wigner-Resonanz mit der Gleichung

$$N_A \langle \sigma v \rangle_{\text{Res}} = N_A \frac{\sqrt{2\pi} \hbar^2 \omega \gamma}{(\mu k_B T)^{3/2}} e^{-E_{\text{Res}}/(k_B T)} \Gamma_{\text{Res}} \int_0^\infty \frac{dE}{(E_{\text{Res}} - E)^2 + \Gamma_{\text{Res}}^2/4} \quad (2.80)$$

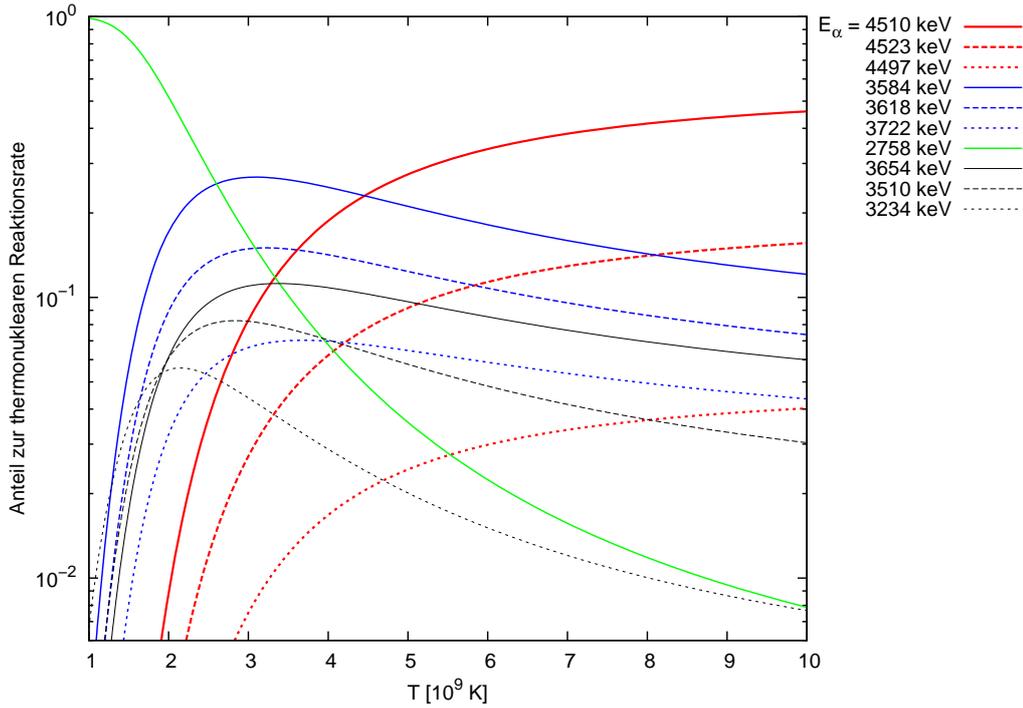
berechnet werden. Das Integral kann analog zum Abschn. 2.3.3 mit Gl. (2.53) über

$$\int_0^\infty \frac{dx}{a^2 + (b-x)^2} = \left[ \frac{1}{a} \arctan \frac{x-b}{a} \right]_0^\infty = \frac{1}{a} \left( \frac{\pi}{2} + \arctan \frac{b}{a} \right) \xrightarrow{b \gg a} \frac{\pi}{a} \quad (2.81)$$

gelöst werden, sodass

$$N_A \langle \sigma v \rangle_{\text{Res}} = N_A \frac{\sqrt{2\pi} \hbar^2 \omega \gamma}{(\mu k_B T)^{3/2}} e^{-E_{\text{Res}}/(k_B T)} \Gamma_{\text{Res}} \frac{2\pi}{\Gamma_{\text{Res}}} \quad (2.82)$$

$$= N_A \left( \frac{2\pi}{\mu k_B T} \right)^{3/2} \hbar^2 e^{-E_{\text{Res}}/(k_B T)} \omega \gamma \quad (2.83)$$



**Abbildung 2.4.:** Anteile zur thermonuklearen Reaktionsrate der  $^{40}\text{Ca}(\alpha,\gamma)^{44}\text{Ti}$ -Reaktion in Abhängigkeit von der Temperatur für die wichtigsten Resonanzen.

gilt. Es ist anzumerken, dass in [AAR<sup>+</sup>99, Gl. 11] die Summe aus zwei Termen aus der Integration resultiert. Dabei stimmt der erste Term mit Gleichung (2.83) überein. Als Näherung soll der zweite Term hier jedoch vernachlässigt werden.

Aus Gleichung (2.83) wird ersichtlich, dass die Reaktionsrate für schmale Resonanzen nur von der Resonanzenergie  $E_{\text{Res}}$  und von der Resonanzstärke  $\omega\gamma$  abhängt. Von der genauen Form der Wirkungsquerschnittskurve ist sie hingegen unabhängig. Dadurch können die Reaktionsraten auch für Resonanzen berechnet werden, deren Partial- und Gesamtbreiten unbekannt sind.

**Anteile an der Thermonukleare Reaktionsrate** Tragen mehrere schmale Resonanzen zum Wirkungsquerschnitt bei, so werden ihre Beiträge zur Reaktionsrate inkohärent addiert. Dann ist jedoch vor allem der Anteil jeder Resonanz

$$\text{Anteil}(E_\alpha) = \frac{N_A \langle \sigma v \rangle_{\text{Res}}(E_\alpha)}{\sum_i (N_A \langle \sigma v \rangle_{\text{Res}})_i} \quad (2.84)$$

interessant, um eine Wichtung durchführen zu können. Für die  $^{40}\text{Ca}(\alpha,\gamma)^{44}\text{Ti}$ -Reaktion sind die Anteile der wichtigsten Resonanzen an der Reaktionsrate in Abhängigkeit von der Temperatur in Abb. 2.4 dargestellt.

Es ist zu erkennen, dass die Hauptresonanz des in Abschn. 2.3.2 beschriebenen Resonanztripletts bei 4510 keV  $\alpha$ -Energie im Laborsystem ab einer Temperatur von  $5 \cdot 10^9$  K den größten Anteil an der thermonuklearen Reaktionsrate hat.

## 2.4. Gammaskpektrometrie

### 2.4.1. Gammastrahlungsquellen

Hier sollen kurz die Quellen der  $\gamma$ -Strahlung aufgeführt werden, die für die folgenden Abschnitten relevant sind:

**Untergrund** Der Untergrund in  $\gamma$ -Spektren wird vor allem durch kosmische Strahlung, die Tochternuklide (Abschn. 2.1.2) von  $^{238}\text{U}$ , von  $^{235}\text{U}$  und von  $^{232}\text{Th}$  und durch das Nuklid  $^{40}\text{K}$  verursacht.

**Kalibrierquellen** Die Entstehung von  $\gamma$ -Strahlung instabiler Kerne wird in Abschn. 2.1.2 erläutert.

**Kernreaktionen** Während des Strahlungseinfangs z. B. können sowohl primäre als auch sekundäre  $\gamma$ -Quanten entstehen, womit sich Abschn. 2.2.4 beschäftigt.

**Kernzerfälle** Auch bei den in Abschn. 2.1.3 beschriebenen Prozessen Elektroneneinfang und  $\beta^+$ -Zerfall entstehen Tochterkerne im angeregten Zustand (Abschn. 2.2.4), die wiederum  $\gamma$ -Quanten emittieren, aus deren Energie der zerfallene Kern identifiziert werden kann.

Wie Gammastrahlung erfasst und ausgewertet wird, wird in den folgenden Abschnitten beschrieben.

### 2.4.2. Wechselwirkung von Gammastrahlung mit Materie

Der Nachweis von  $\gamma$ -Strahlung hängt von verschiedenen Wechselwirkungen ab, durch welche die  $\gamma$ -Energie an Elektronen im Detektormaterial übertragen wird. Diese angeregten Elektronen verlieren ihre Energie durch Ionisation und Anregung der Atome des Detektormaterials. Bei z. B. HPGe-Detektoren (Abschn. 3.3) lässt dies die Anzahl der Elektron-Loch-Paare ansteigen, welche proportional zur Energie der primär erzeugten Elektronen ist.

Die jeweilige Wechselwirkung der  $\gamma$ -Strahlung in Materie hängt von der Energie der Strahlung ab. Für die Abschwächung gilt jedoch folgende Proportionalität: Umso höher die Massenzahl, desto höher ist der Energieverlust der  $\gamma$ -Strahlung.

Für Strahlungsenergien zwischen ca. 10 keV und 10 MeV sind folgende Wechselwirkungen möglich:

**Kohärente Streuung in der Atomhülle** Bei der Bragg- oder Rayleigh-Streuung kommt es zwar zu einem Richtungswechsel, nicht aber zum Energieverlust der  $\gamma$ -Strahlung. Aus diesem Grund hat diese Streuung keinen Einfluss auf die Erzeugung eines Detektorsignals und soll hier nicht weiter betrachtet werden.

**Vollständige Absorption in der Atomhülle** Der Photoeffekt ist bei niedrigen  $\gamma$ -Energien dominant. Denn trifft ein Photon auf ein gebundenes Elektron in der Atomhülle, kann es seine gesamte Energie übertragen. Dadurch wird das Elektron mit der  $\gamma$ -Energie  $E_\gamma$  abzüglich der Bindungsenergie  $E_B$ , d.h.

$$E_e = E_\gamma - E_B, \quad (2.85)$$

aus seiner Schale geworfen.

**Inkohärente Streuung in der Atomhülle** Als Compton-Streuung wird die direkte Wechselwirkung der  $\gamma$ -Strahlung mit einem Elektron der Atomhülle bezeichnet. Dabei überträgt das  $\gamma$ -Quant einen Teil seiner Energie  $E_\gamma$  auf das Elektron, welches dann eine kinetische Energie

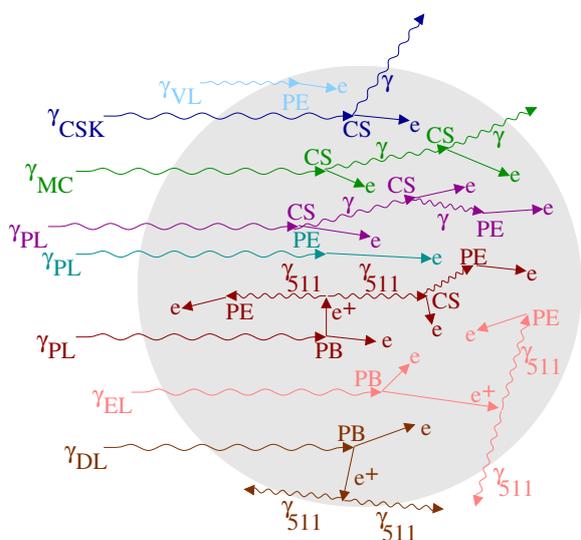
$$E_e = E_\gamma \left( 1 - \frac{1}{1 + E_\gamma(1 - \cos \theta)/(m_e c^2)} \right) \quad (2.86)$$

besitzt, wobei  $\theta$  der Streuwinkel des  $\gamma$ -Quants,  $m_e$  die Elektronenmasse und  $c$  die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum ist. Das  $\gamma$ -Quant hat demnach bei  $\theta = 0$  keine Energie und bei  $\theta = 180^\circ$  die maximale Energie an das Elektron weitergegeben. D.h. es kann niemals die gesamte  $\gamma$ -Energie an das Elektron übertragen werden.

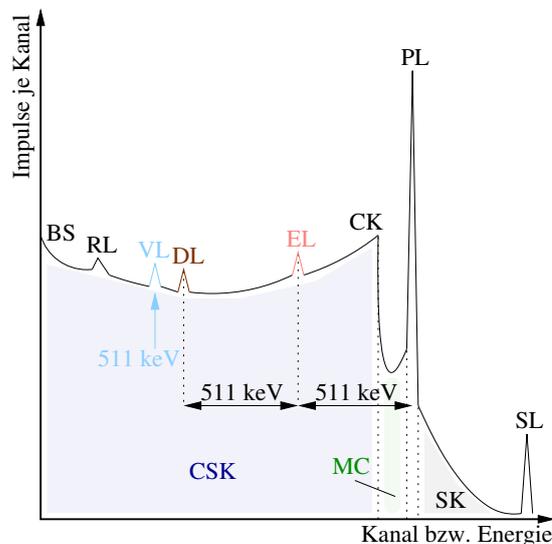
**Vollständige Absorption im elektrischen Feld des Kerns oder eines Hüllenelektrons**

Wenn die Energie der  $\gamma$ -Quanten größer als die doppelte Ruheenergie der Elektronen wird, dominiert die Paarbildung. Dabei wird im Coulombfeld des Kerns aus dem  $\gamma$ -Quant ein Elektron-Positron-Paar erzeugt. Dies ist prinzipiell auch im Coulombfeld eines Hüllenelektrons möglich, jedoch mit einer viel geringeren Wahrscheinlichkeit.

**Vollständige Absorption im Mesonenfeld** Die Wahrscheinlichkeit für einen solchen Kernphotoeffekt ist für  $\gamma$ -Energien unter 5 MeV sehr gering. In den meisten Messungen von  $\gamma$ -Strahlung kann dieser Prozess sogar bis 10 MeV ignoriert werden.



(a) Verlauf möglicher Wechselwirkungen im Detektor. Der Index eines  $\gamma$ -Quants zeigt, wo es im Spektrum auftaucht.



(b) Mögliches Spektrum für monoenergetische Photonen. Verhältnisse der Linien sind nicht maßstabgetreu.

**Abbildung 2.5.:** Damit ein  $\gamma$ -Quant im Spektrum auftaucht, muss es vorher im Detektor wechselwirken. Abkürzungen sind im Text erklärt.

### 2.4.3. Wechselwirkungen im Detektor und resultierende Spektrallinien

Die in Abschn. 2.4.2 aufgeführten Wechselwirkungen Photoeffekt (PE), Compton-Streuung (CS) und Paarbildung (PB) können auch mehrfach im Detektormaterial auftreten. In Abb. 2.5(a) sind mögliche Prozesse der Wechselwirkungen im Detektor dargestellt.

Die aus dem Detektor kommenden energieproportionalen Impulse (Abschn. 3.3) können in einem sogenannten Vielkanalanalysator (Abschn. 3.3) nach ihrer Höhe in nummerierten Kanälen sortiert werden. Die Kanalnummer ist dann ein direktes Maß für die Teilchenenergie.

Da jedoch nicht alle  $\gamma$ -Quanten ihre gesamte Energie im Detektor verlieren, werden sie auch nicht in einem Kanal, d.h. in einer Spektrallinie, sichtbar. Die Komplexität des Absorptionsprozesses soll folgend ein wenig genauer beschrieben werden. Dabei werden die Ereignisse in der Reihenfolge beschrieben, wie sie in Abb. 2.5(b) von links nach rechts zu finden sind.

**Bremsstrahlung (BS)** Wenn Elektronen genügend Energie durch Compton-Streuung oder Photoeffekt von einfallenden  $\gamma$ -Quanten aufgenommen haben, können sie durch Bremsstrahlung verlangsamt werden. Durch Ablenkung in den Coulomb-Feldern der Atomkerne

erfahren die Elektronen eine negative Beschleunigung und strahlen deshalb elektromagnetische Wellen ab. Diese niederenergetische  $\gamma$ -Strahlung wird in der Regel vollständig durch den Photoeffekt absorbiert und taucht im Spektrum als Kontinuum bei kleinen Kanalnummern auf.

**Compton-Streuungskontinuum (CSK) mit Compton-Kante (CK)** Es ist wahrscheinlich, dass  $\gamma$ -Quanten durch Compton-Streuung nicht die gesamte, sondern nur einen Teil der Energie an Elektronen übertragen. Anschließend können sie den Detektor wieder verlassen oder ihre restliche Energie durch den Photoeffekt abgeben. Die Energieübertragung ist für beliebige Energien bis hin zu einer Maximalenergie möglich, welche bei einem Streuwinkel der  $\gamma$ -Quanten von  $\theta = 180^\circ$  in Gl. (2.86) erreicht wird. Damit ergibt sich ein kontinuierliches Spektrum, welches durch eine sichtbare Kante begrenzt wird. Diese liegt bei dem Kanal, welcher der maximalen Energie der  $\gamma$ -Quanten entspricht.

**Rückstreulinie (RL)** Haben  $\gamma$ -Quanten die Maximalenergie durch den Compton-Effekt an Elektronen abgegeben, so werden sie unter  $\theta = 180^\circ$  zurück gestreut. Anschließend kann die Restenergie durch den Photoeffekt abgegeben werden. Dadurch taucht im Compton-Kontinuum eine Linie bei dem Kanal auf, welcher mit der Energie

$$E_{\text{RL}} = E_{\text{PL}} - E_{\text{CK}} \quad (2.87)$$

übereinstimmt.

**Vernichtungslinie (VL)** Beispielsweise nach dem  $\beta^+$ -Zerfall (Abschn. 2.1.3) entstehen durch die Vernichtung von Elektron und Positron zwei  $\gamma$ -Quanten. Diese haben eine Energie von je 511 keV. Die Linie, die durch den Photoeffekt dieser zwei Vernichtungsquanten entsteht, ist jedoch etwas breiter als eine direkt kernerzeugte Spektrallinie dieser Energie. Die Ursache für die Verbreiterung liegt im Doppler-Effekt (Abschn. 2.2.3). Während der Vernichtung sind weder Elektron noch Positron in absoluter Ruhe, da z. B. das Elektron auf seinem Orbital in Bewegung ist. Deshalb können Vernichtungsquanten auch in zur Vernichtungslinie benachbarten Kanälen auftauchen.

**Doppel- (DL) und Einfach-Escapelinie (EL)** Kommt es durch  $\gamma$ -Quanten zur Paarbildung, entsteht neben jedem Elektron auch jeweils ein Positron. Letzteres wird im Detektormaterial abgebremst und dann mit einem Elektron unter Aussendung zweier  $\gamma$ -Quanten der Energie 511 keV vernichtet. Verlassen beide  $\gamma$ -Quanten den Detektor, so fehlt diesem

Ereignis die Energie der zweifachen Ruheenergie des Elektrons. Somit taucht im Spektrum eine Linie auf, welche gleichbedeutend der Energie

$$E_{DL} = E_{PL} - 1022 \text{ keV} \quad (2.88)$$

ist. Diese Doppel-Escapelinie<sup>7</sup> ist vor allem bei kleinen Detektoren zu finden und durch Effekte der Paarvernichtung zu höheren Energien asymmetrisch.

Jedoch kann auch nur je ein  $\gamma$ -Quant den Detektor verlassen und die einfache Ruheenergie des Elektrons wegtragen, während das andere detektiert wird. Solche Prozesse ergeben die Einfach-Escapelinie, 511 keV unterhalb der Vollenergielinie.

**Mehrfach-Compton-Ereignisse (MC)** Falls  $\gamma$ -Quanten mehrere Compton-Streuungen erfahren und anschließend den Detektor verlassen, können auch Ereignisse detektiert werden, die oberhalb der Compton-Kante liegen.

**Photolinie (PL)** Diese Vollenergielinie entsteht, indem einzelne  $\gamma$ -Quanten durch den Photoeffekt ihre gesamte Energie an ein Elektron abgeben. Auch sind hier Ereignisse zu finden, bei denen  $\gamma$ -Quanten ihre Energie in mehreren Schritten abgegeben haben. Jedoch müssen dabei alle Prozesse ihre Energie im Detektor hinterlassen. Demzufolge muss das letzte Gammaquant jeweils durch den Photoeffekt absorbiert werden, was durch dessen hohe Wahrscheinlichkeit bei niedrigen Energien ermöglicht wird.

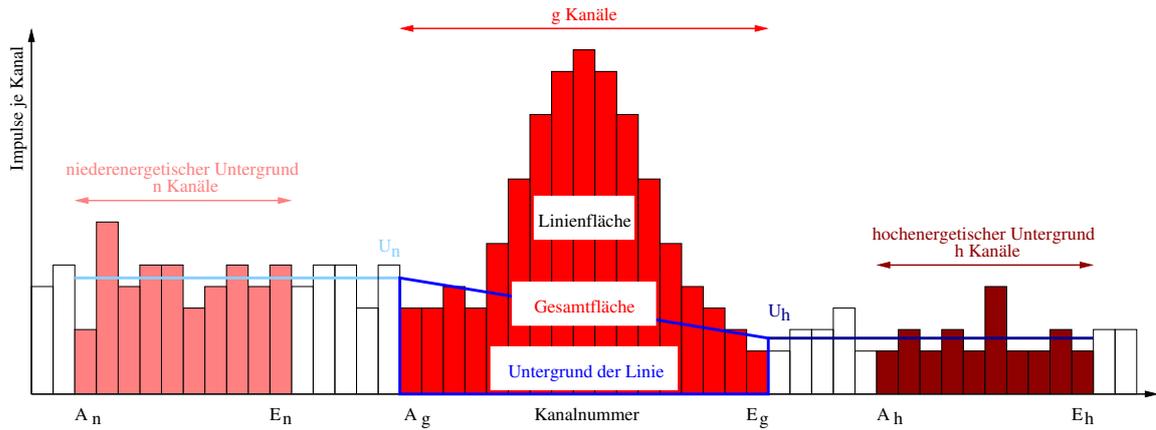
**Summenkontinuum (SK) und Summenlinie (SL)** Im Spektrum können auch Ereignisse oberhalb der Photolinie auftauchen. Diese Artefakte ergeben sich durch Summationseffekte (Abschn. 2.4.8), wenn also mehr als ein  $\gamma$ -Quant gleichzeitig im Detektor nachgewiesen wird.

Es besteht sogar eine hohe Wahrscheinlichkeit, dass Vernichtungsquanten gleichzeitig mit  $\gamma$ -Quanten, welche ihre gesamte Energie an jeweils ein einzelnes Elektron abgeben, nachgewiesen werden. Dadurch kann im Spektrum auch eine Linie oberhalb der Vollenergielinie erscheinen. Dies ist z. B. beim  $\beta^+$ -Zerfall von  $^{22}\text{Na}$  oder  $^{44}\text{Sc}$  der Fall.

Handelt es sich nicht um monoenergetische  $\gamma$ -Strahlung, können auch weitere Summenlinien im Spektrum entstehen. Diese hängen jedoch von der Geometrie ab, denn bei Quellen nahe am Detektor sind die Summenlinien verstärkt sichtbar und in größerer Entfernung wird der Summationseffekt vernachlässigbar.

---

<sup>7</sup>Escape (engl.; „entkommen“)



**Abbildung 2.6.:** Für die Berechnung der Linienfläche muss der Untergrund der Linie abgezogen werden.

#### 2.4.4. Zählstatistik

Hier soll die Auswertung einer Spektrallinie betrachtet werden. In der Regel wird eine solche Linie vereinfacht mit einer Gaußfunktion beschrieben. Da ihre Form aber meist durch einen Untergrund beeinflusst wird, soll folgend die Methode vorgestellt werden, mit der die Linien im Experiment ausgewertet wurden.

Bei der Bestimmung der Anzahl der Impulse, die einer Linie zugeordnet werden sollen, ist zu beachten, dass der Untergrund abgezogen werden muss. Dafür ist ein Bereich zu betrachten, der mehr Kanäle umfasst, als unmittelbar zur Linie gehören. Im Ausschnitt des Spektrums in Abb. 2.6 werden zunächst drei Bereiche festgelegt:

1. Der niederenergetische Untergrund mit dem Anfangskanal  $A_n$  und dem Endkanal  $E_n$  erstreckt sich über  $n$  Kanäle und hat einen durchschnittlichen Kanalinhalt von

$$U_n = \frac{N_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=A_n}^{E_n} N_i, \quad (2.89)$$

wobei  $N_i$  die Impulse im  $i$ -ten Kanal sind und  $N_n$  für die Summe aller Impulse im niederenergetischen Untergrund steht. Die Unsicherheit soll hier gemäß der Poisson-Statistik mit

$$\Delta U_n = \frac{\sqrt{N_n}}{n} \quad (2.90)$$

angenommen werden.

2. Der zweite Bereich wird durch die zu untersuchende Linie bestimmt. Er reicht vom Anfangskanal  $A_g$  bis zum Endkanal  $E_g$ , ist  $g$  Kanäle breit und hat einen Gesamtinhalt

mit Unsicherheit von

$$N_g = \sum_{i=A_g}^{E_g} N_i \quad \text{mit} \quad \Delta N_g = \sqrt{N_g}. \quad (2.91)$$

3. Der hochenergetische Untergrund wird durch den Anfangskanal  $A_h$  und durch den Endkanal  $E_h$  begrenzt. Analog haben die  $h$  Kanäle insgesamt  $N_h$  Impulse und der durchschnittliche Kanalinhalt mit Unsicherheit beträgt

$$U_h = \frac{N_h}{h} = \frac{1}{h} \sum_{i=A_h}^{E_h} N_i \quad \text{mit} \quad \Delta U_h = \frac{\sqrt{N_h}}{h}. \quad (2.92)$$

Dabei ist nach Möglichkeit darauf zu achten, dass nieder- und hochenergetischer Untergrund den gleichen Abstand zum zweiten Bereich haben, also dass

$$A_g - E_n = A_h - E_g \quad (2.93)$$

gilt. Dann lässt sich der Untergrund im Bereich der Linie aus dem Mittelwert von nieder- und hochenergetischem Untergrund durch

$$U = g \frac{U_n + U_h}{2} \quad (2.94)$$

berechnen. Für die Unsicherheit des Untergrundes muss die Wurzel aus der Summe der Quadrate gebildet werden. Es sollte jedoch stets eine relative Unsicherheit von mindestens 2% angenommen werden, um systematische Fehler bei der Auswahl der Regionen mit abzudecken. Damit berechnet sich die Unsicherheit aus

$$\Delta U = \begin{cases} \frac{g}{2} \sqrt{(\Delta U_n)^2 + (\Delta U_h)^2}, & \text{falls } \frac{\Delta U}{U} \geq 2\%, \\ 0,02U, & \text{falls } \frac{\Delta U}{U} < 2\%. \end{cases} \quad (2.95)$$

Wird nun der Untergrund vom Gesamtinhalt subtrahiert, ergibt sich die Anzahl der Impulse in der Linie zu

$$N_L = N_g - U, \quad (2.96)$$

wobei auch hier die Unsicherheit gleich der Wurzel aus der Summe der Quadrate ist, woraus

$$\Delta N_L = \sqrt{(\Delta N_g)^2 + (\Delta U)^2} = \sqrt{N_g + (\Delta U)^2} \quad (2.97)$$

folgt.

### 2.4.5. Energieauflösung

Die wichtigste Eigenschaft von HPGe-Detektoren (Abschn. 3.3) ist ihre exzellente Energieauflösung. Die große Überlegenheit gegenüber Szintillationsdetektoren erlaubt die Auflösung von vielen, dicht nebeneinander liegenden Spektrallinien (Abschn. 2.4.3), die sich im Spektrum z.B. eines NaI(Tl)-Detektors zu einer einzelnen, breiten Linie verbinden.

Die Energieauflösung eines Detektors wird am besten durch die Halbwertsbreite  $b_{\text{HW}}$  einer monoenergetischen  $\gamma$ -Strahlungslinie im Spektrum ausgedrückt. Nach [Kno10, S. 426] wird die Halbwertsbreite durch drei Faktoren beeinflusst, die mit

$$b_{\text{HW}}^2 = b_{\text{Anz}}^2 + b_{\text{Sam}}^2 + b_{\text{Rau}}^2 \quad (2.98)$$

zusammengefasst und folgend erklärt werden:

1. Die energetische Linienverbreiterung durch die statistische Streuung der Ladungsträgeranzahl  $b_{\text{Anz}}$  ist durch

$$b_{\text{Anz}}^2 = (2,35)^2 F E_{\text{min}} E_{\gamma} \quad (2.99)$$

gegeben, wobei  $F$  der Fano-Faktor [Kno10, S. 428],  $E_{\text{min}}$  die notwendige Energie für die Erzeugung eines Elektron-Loch-Paares (Abschn. 2.4.2) und  $E_{\gamma}$  die Energie der  $\gamma$ -Strahlung ist.

2. Schwankungen im Wirkungsgrad der Ladungsträgersammlung verursachen ebenfalls eine Verbreiterung  $b_{\text{Sam}}$ . Diese kommt zustande, da vor allem in Detektoren mit großen Volumen und kleinen elektrischen Feldern die Ladungen nur unvollständig gesammelt werden können. Um die Größe experimentell zu bestimmen, kann man für mehrere Hochspannungen im Detektor  $b_{\text{HW}}$  messen und dann die Halbwertsbreite für ein unendlich starkes elektrisches Feld extrapolieren. In diesem Fall ist  $b_{\text{HW}}$  nur durch  $b_{\text{Anz}}$  und  $b_{\text{Rau}}$  bestimmt, sodass sich daraus auf die reguläre Verbreiterung

$$[b_{\text{Sam}}(HV)]^2 = [b_{\text{HW}}(HV \rightarrow \infty)]^2 - [b_{\text{HW}}(HV)]^2 \quad (2.100)$$

zurückrechnen lässt.

3. Auch das elektrische Rauschen der verwendeten Elektronik (Abschn. 3.3) liefert einen Beitrag  $b_{\text{Rau}}$  zur Halbwertsbreite einer Spektrallinie.

Welcher dieser Faktoren dominiert, hängt von der Energie der Strahlung, sowie von der Größe und der Qualität des Detektors ab. Bei geringen  $\gamma$ -Energien dominieren  $b_{\text{Rau}}$  und  $b_{\text{Sam}}$ , während die zusätzliche Verbreiterung durch  $b_{\text{Anz}} = b_{\text{Anz}}(E_\gamma)$  bei höheren Energien wesentlich wird. Dass kleinvolumige Detektoren im Allgemeinen eine bessere Energieauflösung als größere Detektoren der gleichen Qualität haben, hat nach [Kno10, S. 429] zwei Ursachen:

1. Kleine Detektoren haben kleinere Kapazitäten, mit deren Zunahme auch  $b_{\text{Rau}}$  anwächst.
2. Kleine Detektoren haben geringere Ladungsträgerverluste, mit deren Zunahme auch  $b_{\text{Sam}}$  anwächst.

Die beste Energieauflösung kann man demnach erhalten, wenn man einen Detektor benutzt, der für den interessierenden Energiebereich optimiert ist.

### 2.4.6. Energiekalibrierung der Gammadetektoren

Obwohl für eine Energiekalibrierung des Spektrums eines  $\gamma$ -Detektors nur ein hoch- und ein niederenergetischer Punkt nötig sind, kommt es doch zu Abweichungen von dieser Linearität. Vor allem für präzise Energiemessungen ist deshalb eine genauere Energiekalibrierung mit mehreren Punkten nötig.

Dazu werden im allgemeinen Standardquellen genutzt, von denen im Spektrum gut bekannte Energielinien auftauchen. Damit lässt sich eine Kalibrierfunktion der Form

$$E_\gamma(K) = a \cdot K + b \quad (2.101)$$

aufstellen, in der  $E_\gamma$  die Gammaenergie,  $K$  die Kanalnummer und  $a$  bzw.  $b$  zwei Fitparameter sind.

### 2.4.7. Nachweiswahrscheinlichkeit

Die Nachweiswahrscheinlichkeit der Vollenergie- oder Photolinie (Abschn. 2.4.3) eines Germaniumdetektors kann auf verschiedene Arten dargestellt werden:

**Die absolute Nachweiswahrscheinlichkeit** wird oft für die Bestimmung von Aktivitäten (Abschn. 2.1.2) genutzt und ist über

$$\eta(E_\gamma) = \frac{N_L(E_\gamma)}{N_\gamma(E_\gamma)} \quad (2.102)$$

definiert, wobei  $N_L$  für die Anzahl der Impulse (Abschn. 2.4.4) in der Vollenergielinie (Abschn. 2.4.3) und  $N_\gamma$  für die Anzahl der mit der Energie  $E_\gamma$  emittierten  $\gamma$ -Quanten (Abschn. 2.4.1) steht. Mit der Aktivität  $A$  (Abschn. 2.1.2), der Emissionswahrscheinlichkeit  $V(E_\gamma)$  (Abschn. 2.2.5) und der Messzeit  $t$  ergibt sich

$$N_\gamma(E_\gamma) = AV(E_\gamma)t. \quad (2.103)$$

Eingesetzt in Gl. (2.102) folgt schließlich

$$\eta(E_\gamma) = \frac{N_L(E_\gamma)}{AV(E_\gamma)t}. \quad (2.104)$$

**Die totale Nachweiswahrscheinlichkeit** wird beispielsweise für die Berechnung von Summationseffekten (Abschn. 2.4.3) genutzt und ist das Verhältnis aus der gesamten Anzahl der im Spektrum aufgenommenen Impulse  $N_{\text{tot}}$  und der Anzahl der mit der Energie  $E_\gamma$  emittierten  $\gamma$ -Quanten  $N_\gamma$ . Sie wird über

$$\eta_{\text{tot}}(E_\gamma) = \frac{N_{\text{tot}}}{N_\gamma(E_\gamma)} \quad (2.105)$$

definiert.

**Die relative Nachweiswahrscheinlichkeit** wird von Detektorherstellern angegeben, um einen Vergleich zwischen verschiedenen Detektortypen zu ermöglichen. Dabei wird die Nachweiswahrscheinlichkeit relativ zu folgendem Standard angegeben: Die Nachweiswahrscheinlichkeit eines zylindrischen NaI(Tl)-Szintillators mit Durchmesser und Länge von je drei Zoll (7,62 cm) bzgl. der 1,333 MeV Vollenergielinie einer  $^{60}\text{Co}$ -Quelle im Abstand von 25 cm beträgt nach [Hea64] genau  $1,2 \cdot 10^{-3}$ .

## 2.4.8. Summationseffekte

Wenn zwei  $\gamma$ -Quanten gleichzeitig den Detektor erreichen und ihre gesamten Energien abgeben, werden sie mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit gleichzeitig gemessen. Das Ereignis wird dann als Summe beider  $\gamma$ -Energien in der Summenlinie (Abschn. 2.4.3) registriert.

Dadurch ist zunächst die echte Anzahl der zu einer Energie gehörenden Impulse  $N_{\text{echt}}$  zu berechnen, bevor weitere Schlüsse gezogen werden können. Dies soll an einem Beispiel erläutert werden, welches auf den folgenden vier Annahmen basiert:

1. Ein Kern kann durch einen Betazerfall (Abschn. 2.1.3) in zwei angeregte Kernzustände (Abschn. 2.2.4) der Energien  $E_a$  und  $E_b$  zerfallen.

2. Der angeregte Zustand der Energie  $E_a$  regt sich über den Zustand der Energie  $E_b$  ab und dieser zerfällt in den Grundzustand  $E_0$ .
3. Die Energiedifferenzen der Kernzustände entsprechen den Energien der emittierten  $\gamma$ -Quanten, d.h.  $E_1 = E_a - E_b$  und  $E_2 = E_b - E_0$ .
4. Das Spektrum zeigt drei  $\gamma$ -Linien bei  $E_1$ ,  $E_2$  und  $E_3$ . Letztere ist die Summenlinie.

Ohne Summationseffekte können in der  $\gamma$ -Linie der Energie  $E_1$

$$N_{\text{echt}}(E_1) = AtW(E_1)\eta(E_1) \quad (2.106)$$

Impulse bestimmt werden (Abschn. 2.4.4), wobei  $A$  die Aktivität,  $t$  die Messzeit,  $W(E_1)$  die  $\gamma$ -Emissionswahrscheinlichkeit und  $\eta(E_1)$  die absolute Nachweiswahrscheinlichkeit für  $\gamma$ -Quanten der Energie  $E_1$  ist. Analog kann auch die Anzahl der Impulse bei  $E_2$  berechnet werden.

Jedoch werden  $\gamma$ -Quanten mit  $E_1$  nicht in der  $\gamma$ -Linie bei  $E_1$  gezählt, wenn sie gleichzeitig mit  $\gamma$ -Quanten der Energie  $E_2$  detektiert werden. Die Anzahl der durch diesen Summationseffekt verlorenen Impulse berechnet sich nach [Gil08, S. 177] durch

$$N_{\text{Sum}}(E_1) = AtW(E_1)\eta(E_1)\eta_{\text{tot}}(E_2), \quad (2.107)$$

wobei  $\eta_{\text{tot}}(E_2)$  die Wahrscheinlichkeit ist, dass ein  $\gamma$ -Quant der Energie  $E_2$  detektiert wird und irgendwo im Spektrum auftaucht. Dann wäre die Linienfläche (Abschn. 2.4.4) bei  $E_1$  über

$$N_L(E_1) = AtW(E_1)\eta(E_1) - AtW(E_1)\eta(E_1)\eta_{\text{tot}}(E_2) \quad (2.108)$$

gegeben. Das Verhältnis

$$\frac{N_{\text{echt}}(E_1)}{N_L(E_1)} = 1 - \frac{1}{\eta_{\text{tot}}(E_2)} \quad (2.109)$$

kann dann benutzt werden, um die echte Linienfläche  $N_{\text{echt}}(E_1)$ , frei von Summationseffekten, zu berechnen.

Die Berechnung von  $N_{\text{Sum}}(E_2)$  ist nicht ganz analog, da nicht alle  $\gamma$ -Quanten mit  $E_2$  eine Folge der Abregung des höherenergetischen Zustands sind. Einige resultieren direkt aus dem Betazerfall (Annahme 1) und können laut [Gil08, S. 177] nicht zum Summeneffekt beitragen. Da demnach  $AtW(E_1)$  Ereignisse der Emission von  $\gamma$ -Quanten mit  $E_2$  vorausgehen, ergibt sich die Anzahl der Summenereignisse aus

$$N_{\text{Sum}}(E_2) = AtW(E_1)\eta(E_2)\eta_{\text{tot}}(E_1). \quad (2.110)$$

Schließlich folgt daraus analog die von Summeneffekten beeinflusste Linienfläche

$$N_L(E_2) = AtW(E_2)\eta(E_2) - AtW(E_1)\eta(E_2)\eta_{\text{tot}}(E_1) \quad (2.111)$$

und der Korrekturfaktor

$$\frac{N_{\text{echt}}(E_2)}{N_L(E_2)} = 1 - \frac{W(E_2)}{W(E_1)\eta_{\text{tot}}(E_2)}, \quad (2.112)$$

mit der  $N_L(E_2)$  multipliziert werden muss, um die echte Linienfläche bei  $E_2$  zu erhalten.

## 3. Messaufbau

### 3.1. Der Ionenstrahl

#### 3.1.1. Überblick

Die für das Experiment nötigen Ionenstrahlen wurden durch den 3-MV-Tandembeschleuniger des Ionenstrahlzentrums am Institut für Ionenstrahlphysik und Materialforschung des Helmholtz-Zentrums Dresden-Rossendorf zur Verfügung gestellt. Dieser Beschleuniger wird als 3-MV-Tandetron bezeichnet. Der schematische Verlauf des Ionenstrahls von seiner Entstehung bis zum Erreichen des Targets ist in Abb. 3.1 dargestellt und wird in folgenden Abschnitten in seinen einzelnen Phasen beschrieben.

#### 3.1.2. Erzeugung

Die folgende Beschreibung bezieht sich auf den Bereich „Ioneninjektor“ in Abb. 3.1 und soll hier speziell am Bsp. der Heliumionen<sup>1</sup> erfolgen.

In der Duoplasmatron-Ionenquelle wird Heliumgas durch einen Ladungsbogen gezündet. In einem Umladekanal werden beim Zusammenstoß mit Lithium positive und negative Ionen erzeugt<sup>2</sup>. Der negative Anteil wird durch die am Gaskanal anliegende Injektorspannung  $U_{\text{Inj}}$  extrahiert und zu einem Strahl gebündelt.

Nach ihrer Erzeugung durchqueren die Ionen die Ionenoptik, welche sie mittels Linsen und Injektormagnet in den Beschleuniger lenkt.

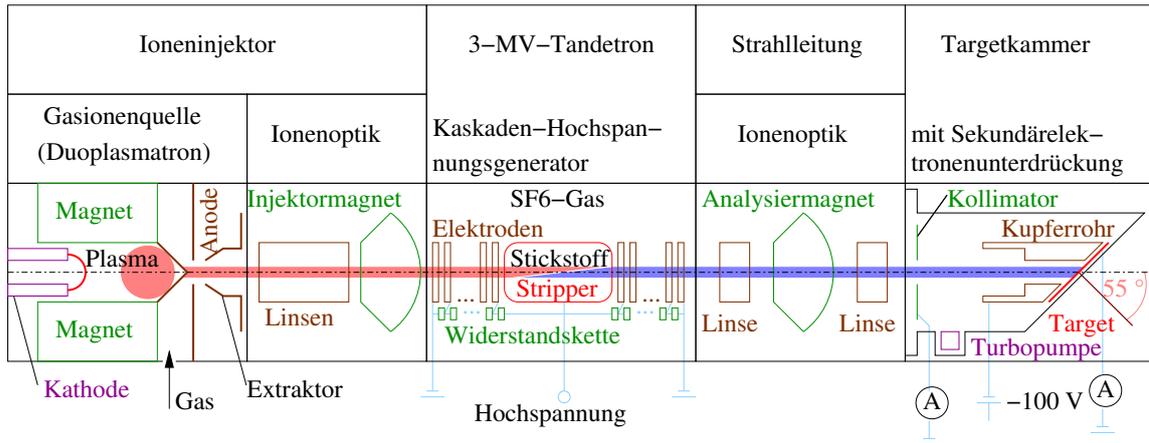
#### 3.1.3. Beschleunigung

Die negativen Ionen werden anschließend beschleunigt, umgeladen und erneut mit identischer Spannung beschleunigt. Es handelt sich deshalb um einen Tandem-Beschleuniger.

---

<sup>1</sup>Auf die Funktionsweise der Wasserstoffquelle, welche ebenfalls einfach negativ geladene Ionen erzeugt, soll hier nicht genauer eingegangen werden.

<sup>2</sup>Es ist sehr unwahrscheinlich, dass das Edelgas Helium ein weiteres Elektron aufnimmt. Die Grundlagen für die hier benutzte Methode sind u.a. in [GH63] beschrieben.



**Abbildung 3.1.:** Das prinzipielle Schema des Ionenstrahlverlaufs zeigt die Entstehung des Ionenstrahls im Duoplasmatron, seine Beschleunigung und Umladung im 3-MV-Tandetron, sowie das Erreichen des Targets.

Am 3-MV-Tandetron (2. Bereich der Abb. 3.1) kann mit Hilfe einer Kaskadenschaltung eine maximale Gesamtspannung von  $U_{\text{Bes}}^{\text{max}} = 3,3 \text{ MV}$  erzeugt werden.

Mit dem Unterschied, dass bei einem Tandem-Beschleuniger die Spannung zweimal ausgenutzt werden kann, funktioniert die Bereitstellung dieser hohen Spannung analog zum Cockroft-Walton-Beschleuniger: Bei jeder Wechselspannungsperiode eines Transformators, der die Spitzenspannung liefert, werden Kondensatoren umgeladen, sodass sich über eine Kaskade von mehreren Gleichrichtern die maximale Gesamtspannung ergibt. Zur Vermeidung elektrischer Überschläge befindet sich der Kaskaden-Hochspannungsgenerator des 3-MV-Tandetrans in Schwefelhexafluorid  $\text{SF}_6$ .

In der Mitte des Beschleunigers ist der sogenannte Stripper positioniert. Dieser aus dem Englischen stammende Begriff bedeutet sinngemäß Abstreifer und beschreibt die Funktion des Stickstoffgases, welches den Ionen Elektronen abstreift und sie dadurch umlädt.

Die zunächst einfach negativ geladenen Heliumionen verlieren bei diesem Vorgang drei, die Wasserstoffionen zwei Elektronen. Somit werden die nun positiv geladenen Ionen unterschiedlich stark weiter beschleunigt. Die Gesamtbeschleunigungsspannung der Heliumionen  $U_{\text{He}}$  bzw. der letztendlich entstandenen Protonen  $U_{\text{p}}$  kann schließlich über

$$U_{\text{He}} = U_{\text{Inj}} + 3U_{\text{Bes}} \quad \text{bzw.} \quad U_{\text{p}} = U_{\text{Inj}} + 2U_{\text{Bes}} \quad (3.1)$$

ermittelt werden, wobei  $U_{\text{Inj}}$  die Injektorspannung (Abschn. 3.1.2) und  $U_{\text{Bes}}$  die Beschleunigerspannung ist. Nach erneuter Fokussierung und Ausrichtung des Strahls (im Bereich „Strahlleitung“ der Abb. 3.1) gelangen die Ionen in das letzte Teilstück.

### 3.1.4. Targetkammer

Die Targetkammer ist das letzte Teilstück. Im gesamten Strahlengang wird stets ein Hochvakuum durch mehrere leistungsstarke Pumpen realisiert, sodass auf dem Weg des Ionenstrahls keine Restgasatome mittransportiert werden. Um auch in der Targetkammer (letzter Bereich der Abb. 3.1) einen reinen Teilchenstrahl zu gewährleisten, wird mit Hilfe einer Turbomolekularpumpe (siehe Abb. 3.1) der Druck unter ca.  $10^{-7}$  mbar gehalten.

Damit die Ionen ausschließlich auf der Strahlenachse das Target erreichen, wird die räumliche Ausbreitung des Strahls eingeschränkt, indem ein sogenannter Kollimator (siehe Abb. 3.1) zunächst ein Teil des Strahls abschneidet. Diese Blende hat einen Innendurchmesser von 5 mm und ist mit einem Strommessgerät verbunden, sodass man auf die Anzahl der ausgeblendeten Ionen schließen kann. Hieraus lässt sich schlussfolgern, wie gut der Strahl fokussiert ist.

Bevor die Ionen auf das Target treffen, müssen sie ein Kupferrohr (siehe Abb. 3.1) durchqueren, welches als Sekundärelektronenunterdrückung dient. Dazu ist eine Gleichspannung von  $-100$  V angelegt, sodass durch den Strahl herausgeschlagene Elektronen im Target gehalten werden. Dies ist notwendig, damit die im Target einschlagende positive Ladungszahl nicht überschätzt wird.

Das Target ist so positioniert, dass seine Flächennormale und die Strahlachse einen Winkel von  $\theta = 55^\circ$  (Abschn. 2.2.6) einschließen. Zur Messung der einfallenden Ladung ist auch hier ein Strommessgerät angeschlossen. Der Aufbau der Targets wird im nächsten Abschnitt erläutert.

## 3.2. Targets

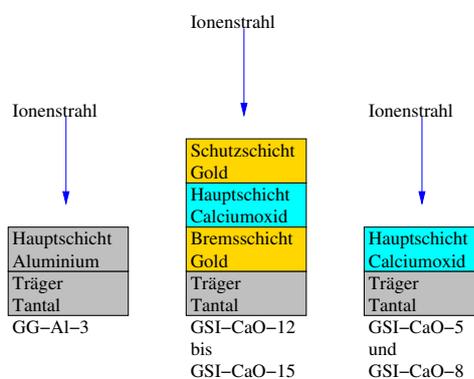
Der Träger aller verwendeten Targets ist ein 0,22 mm dickes Tantalplättchen mit einem Durchmesser von 27 mm.

**GG-Al** Zunächst waren Targets aus Aluminium nötig, um sowohl die Nachweiswahrscheinlichkeit der  $\gamma$ -Detektoren (Abschn. 4.2) als auch die Ionenenergie beim Einschlag auf das Target (Abschn. 4.3) zu kalibrieren. Diese wurden am Institut für Kernforschung der Ungarischen Akademie der Wissenschaften (Atomki) [Ato11] angefertigt und bestehen aus einer  $90 \mu\text{g}/\text{cm}^2$  dicken Al-Schicht.

**GSI-CaO** Für die Untersuchung der Reaktion  $^{40}\text{Ca}(\alpha,\gamma)^{44}\text{Ti}$ , ist Calcium nötig. Da dieses jedoch sehr schnell oxidiert, wurde von Beginn an Calciumoxid, sogenannter Branntkalk,

**Tabelle 3.1.:** Aufgelistet sind nur die in dieser Arbeit verwendeten Targets. Als Träger dient immer ein 0,22 mm dickes Tantalplättchen.

Bezeichnung	Bremsschicht	Hauptschicht	Schutzschicht
GG-Al-3	–	333 nm Al	–
GSI-CaO-5	9,07 $\mu\text{m}$ Au	30 nm CaO	ca. 52 nm Au
GSI-CaO-7	7,25 $\mu\text{m}$ Au	100 nm CaO	ca. 52 nm Au
GSI-CaO-8	7,25 $\mu\text{m}$ Au	100 nm CaO	ca. 52 nm Au
GSI-CaO-12	–	36 nm CaO	–
GSI-CaO-13	–	36 nm CaO	–
GSI-CaO-14	–	300 nm CaO	–
GSI-CaO-15	–	300 nm CaO	–



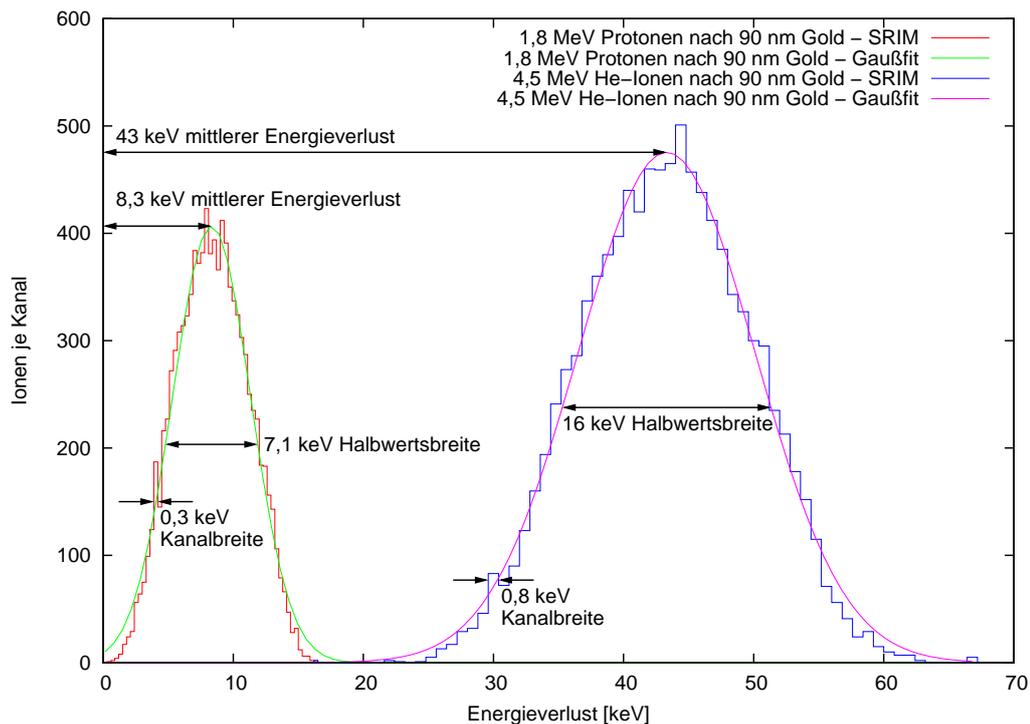
**Abbildung 3.2.:** Dargestellt ist die Anordnung der verschiedenen Schichten, deren Dicken in Tab. 3.1 aufgelistet sind.

als Targetmaterial benutzt. Im Targetlabor des GSI Helmholtzzentrums für Schwerionenforschung in Darmstadt wurden die Targets hergestellt. Da es jedoch an der notwendigen Erfahrung im Umgang mit den Targets fehlte, wurden zwei verschiedene Sorten angefertigt. Eine Übersicht der Targets, auf welche in dieser Arbeit Bezug genommen wird, bietet Tab. 3.1, die Anordnung der Schichten verdeutlicht Abb. 3.2

**GSI-CaO-5 und GSI-CaO-8** Die erste Sorte wurde zuerst mit Goldschichten zwischen 14,1 und 38,0  $\text{mg}/\text{cm}^2$  bedamft. Diese direkt auf dem Träger befindliche Schicht ist ausreichend, um sowohl alle verwendeten Protonen- als auch  $\alpha$ -Strahlen vollständig zu stoppen. Diese Bremsschicht wurde zunächst als nötig erachtet, da  $(\alpha, \gamma)$ - oder  $(\alpha, n)$ -Reaktionen mit möglichen Verunreinigungen im Tantalträger nicht ausgeschlossen werden konnten.

Die zweite Schicht ist die sogenannte Hauptschicht, in der die interessierende Reaktion stattfinden soll. Dafür wurden verschieden starke Calciumoxidschichten zwischen 10 und 300 nm aufgedamft.

Die dritte Schicht besteht wiederum aus Gold und wird als Schutzschicht bezeichnet.



**Abbildung 3.3.:** SRIM-Simulation (siehe Text) zur Ermittlung von mittlerem Energieverlust und energetischer Breite von Protonen- und  $\alpha$ -Strahl nach 90 nm Gold.

Sie hat eine flächenbezogene Masse von ca.  $100 \mu\text{g}/\text{cm}^2$  und soll chemische Reaktionen des Calciumoxids mit der Luftfeuchtigkeit (zu Calciumhydroxid) oder mit dem Kohlenstoffdioxid der Luft (zu Calciumcarbonat) verhindern. Letzteres ist wichtig, um Reaktionen zu verhindern, bei denen Neutronen<sup>3</sup> entstehen.

Tab. 3.1 enthält die Angaben der verschiedenen Schichtdicken. Für die Berechnung sind die flächenbezogenen Massen der Goldschichten durch die Dichte  $\rho_{\text{Au}} = 19,3 \text{ g}/\text{cm}^3$  zu dividieren. Da sich das Target jedoch unter einem Winkel von  $\theta = 55^\circ$  zur Strahlenrichtung befindet (Abschn. 3.1.4), sind alle angegebenen Dicken noch durch  $\cos 55^\circ$  zu dividieren, was ca. zu einer Verdopplung führt.

Den Einfluss der Schutzschicht auf den Strahl (Abschn. 2.2.2) zeigt Abb. 3.3, in welcher monoenergetische Protonen mit 1,8 MeV, bzw.  $\alpha$ -Teilchen mit 4,5 MeV (hier je 10 000), eine 90 nm dicke Goldschicht durchquert haben. Die abgebremsten Ionen sind in Kanälen über dem Energieverlust zusammengefasst, wobei die Werte mit SRIM<sup>4</sup> simuliert und durch

<sup>3</sup>Weitere Reaktionen mit Neutronen könnten den Untergrund der Messungen zu stark erhöhen.

<sup>4</sup>SRIM [Ziel1] ist eine Monte-Carlo-Simulation für die Wechselwirkung von Ionenstrahlung in Materie.

Gnuplot<sup>5</sup> mit der angepassten Gaußfunktion

$$f(E_V) = f_{\max} \exp\left(\frac{4(E_V - E_m)^2 \ln 2}{-b_{\text{HW}}^2}\right) \quad (3.2)$$

gefittet wurden. Hierbei stehen  $E_V$  für den Energieverlust,  $f_{\max}$  für das Maximum,  $E_m$  für den mittleren Energieverlust und  $b_{\text{HW}}$  für die Halbwertsbreite. Es ergibt sich ein mittlerer Energieverlust von 8,3 keV (bzw. 43 keV) und eine Vergrößerung der energetischen Strahlbreite auf 7,1 keV (bzw. 16 keV). Auf Grund der geringeren Masse sind Energieverlust und energetische Breite des Protonenstrahls kleiner als Verlust und Breite des  $\alpha$ -Strahls.

**GSI-CaO-12 bis GSI-CaO-15** Bei der zweiten Sorte wurden die Goldschichten weglassen und die Calciumoxidschicht direkt auf den Tantalträger gedampft. Dies hat folgenden Grund: Die Messungen (Abschn. 4.6) ergaben, dass die Bremsschicht aus Gold direkt auf dem Träger den Untergrund durch Kontaminationsreaktionen nur unwesentlich abschwächt. Außerdem zeigte sich beim Umgang mit den Proben, dass das Calciumoxid auch ohne die Schutzschicht für einige Minuten stabil bleibt.

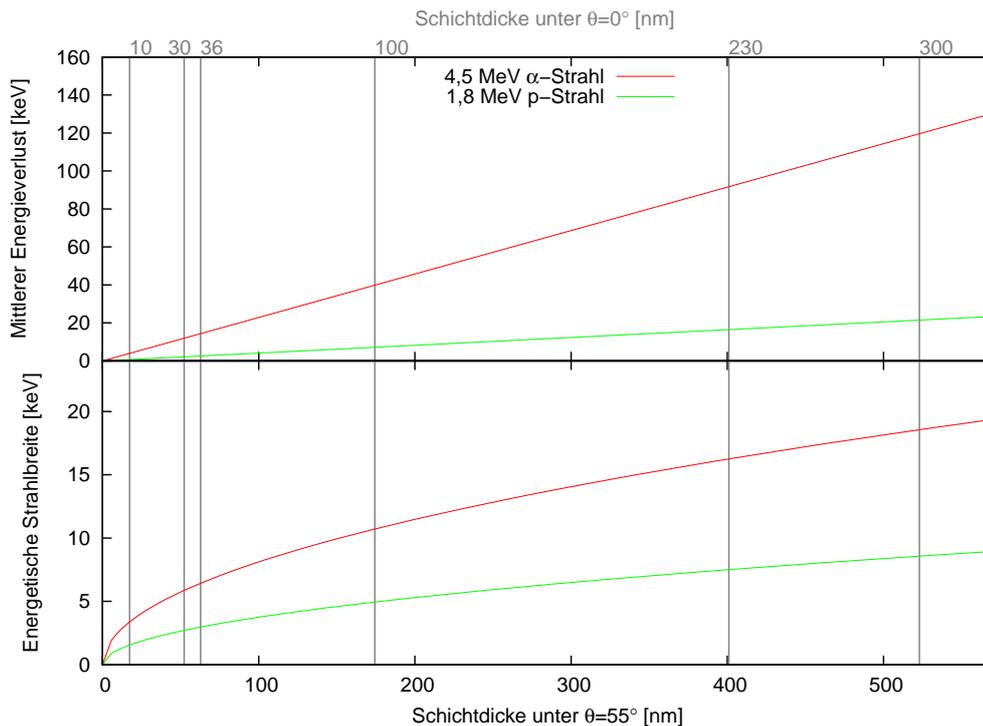
Im Calciumoxid kommt es ebenfalls zum Energieverlust und zur energetischen Verbreiterung (Abschn. 2.2.2). Unter der Annahme, dass es sich um monoenergetisch einfallende Ionenstrahlen handelt, sind die beiden Größen in Abb. 3.4 dargestellt. Die Funktionen sind über der Schichtdicke unter einem Winkel von  $\theta = 55^\circ$  (Abschn. 3.1.4) aufgetragen. An den Markierungen für die im Experiment verwendeten Targets sind jedoch die Schichtdicken aufgetragen, die ein Ionenstrahl durchqueren müsste, wenn das Target senkrecht zum Strahl stehen würde.

Der mittlere Energieverlust verläuft innerhalb des Targets nahezu linear. Die Breite der gaußförmigen Energieverteilungsfunktion, d.h. die energetische Verbreiterung, folgt der Wurzelfunktion (2.19).

### 3.3. Detektoren und Elektronik

Bei den  $\gamma$ -Detektoren, die während der Experimente eingesetzt wurden, handelt es sich um Germaniumdetektoren. Um eine gute Beweglichkeit der Elektron-Loch-Paare zu gewährleisten, werden hochreine Germaniumdetektoren genutzt. Diese werden im Englischen als „High Purity Germanium“, bzw. kurz als HPGe-Detektoren bezeichnet. Um Stromverluste zu reduzieren, müssen die Detektoren unter niedrigen Temperaturen betrieben werden, was durch eine Kühlung mit Flüssigstickstoff ermöglicht wird.

<sup>5</sup>Gnuplot [gnu10] ist ein kommandozeilengesteuertes Grafikprogramm.



**Abbildung 3.4.:** SRIM-Simulation (siehe Text) zur Ermittlung von mittlerem Energieverlust und energetischer Breite in Abhängigkeit von der Dicke der Calciumoxidschicht für  $\alpha$ - und Protonenstrahl.

Jedoch ist es nicht möglich Germaniumkristalle herzustellen, welche vollkommen frei von Verunreinigungen sind. Dies wirkt sich unmittelbar auf die Leitfähigkeit aus. Wenn das Fremdatom eine niedrigere Wertigkeit als das vierwertige Ge-Atom hat, werden im Kristall bewegliche Defektelektronen erzeugt. Dieser Fremdzusatz ist ein Akzeptor. Er akzeptiert leicht ein Elektron von einem benachbarten Ge-Atom, wodurch der Ge-Kristall positiv leitend, kurz p-leitend wird. Wie u.a. in [Gil08, S. 45] beschrieben, wird bei p-Ge-Detektoren auf einer Seite eine sehr dünne  $n^+$ -Schicht<sup>6</sup> als Kontakt aufgedampft. Durch Anlegen einer äußeren Spannung wird damit im gesamten Ge-Kristall eine ladungsträgerarme Zone erzeugt. In dieser kommt es zu den in Abschn. 2.4.2 beschriebenen Wechselwirkungen.

Im Experiment wurden zwei Detektoren benutzt. Diese werden in den folgenden Abschnitten als 60 %-Detektor und 90 %-Detektor bezeichnet, wobei die Prozentangaben für die relative Nachweiswahrscheinlichkeit (Abschn. 2.4.7) stehen. In Abb. 3.5 ist schematisch die Anordnung der Detektoren dargestellt. Eine Übersicht der Eigenschaften gibt Tab. 3.2. Dort ist auch der Detektor im Felsenkeller aufgeführt, der für die anschließende Aktivitätsmessung der aktivierten Proben genutzt wurde.

Es ist zu beachten, dass die relative Nachweiswahrscheinlichkeit des 90 %-Detektors zu

<sup>6</sup>Analog geben höherwertige Atome ihre nur locker gebundenen Elektronen ab, wodurch der Kristall negativ- bzw. kurz n-leitend wird.

Tabelle 3.2.: Übersicht der Detektoren

Bezeichnung	60 %-Detektor	90 %-Detektor	Felsenkellerdetektor
Referenz			[KDL <sup>+</sup> 09]
Verwendung	während der Aktivierung		anschließende Aktivitätsmessung
Hersteller	Canberra	Ortec	Canberra
Detektortyp	p-leitend	p-leitend	XtRas GX 90-205 p-leitend
p- oder n-leitend			
relative Nachweiswahrscheinlichkeit	60 %	100 %	92 %
Germaniumkristall			
• Form	koaxial	koaxial	koaxial
• Durchmesser	71 mm	79,9 mm	78 mm
• Länge	60 mm	77,6 mm	75 mm
Abschirmung			
• Antikoinzidenz	BGO	BGO	–
• Kupferdicke	–	–	50 mm
• Bleidicke	100 mm	100 mm	150 mm
Abstand von der $\gamma$ -Quelle	–	161 mm	23 mm
Winkel zum Ionenstrahl	$\theta = 90^\circ$	$\theta = 55^\circ$	–

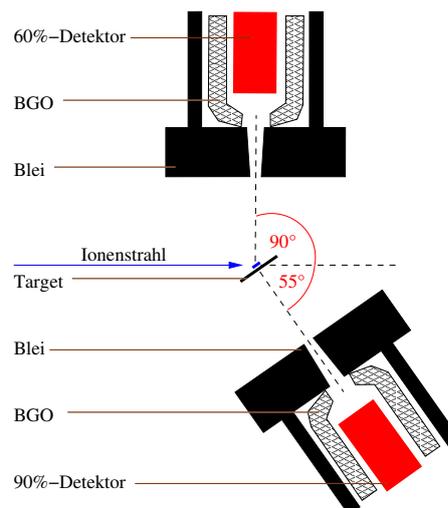


Abbildung 3.5.: Schematischer Grundriss für die Anordnung der Detektoren.

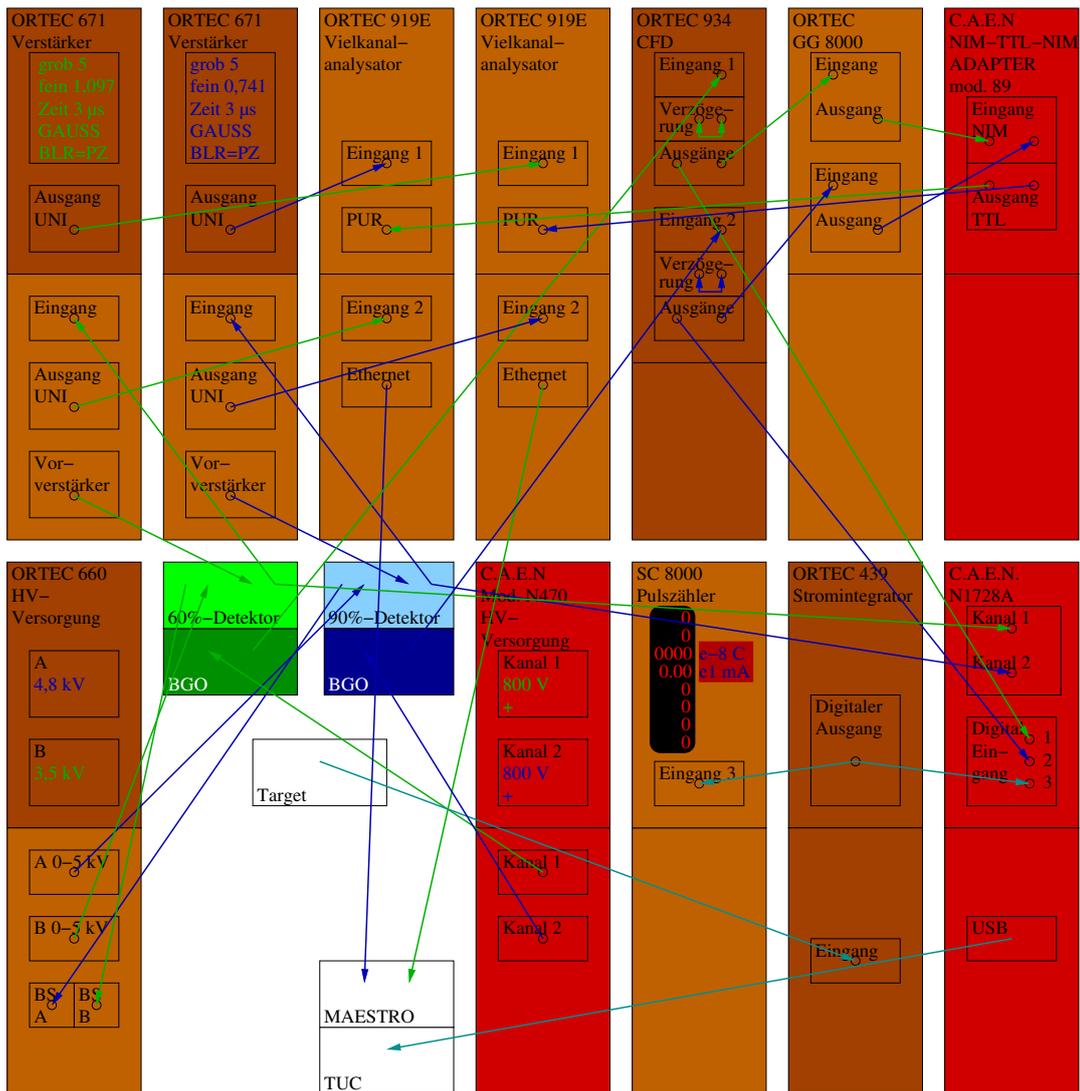


Abbildung 3.6.: Schema der verwendeten Geräte.

100 % bestimmt wurde.

Eine Übersicht der verwendeten Geräte gibt Abb. 3.6. Das Schema ist zweckmäßig, um die verwendeten Geräte erneut in gleicher Konfiguration nutzen zu können, und soll hier nicht weiter erläutert werden.

# 4. Ergebnisse der Messungen

## 4.1. Energiekalibrierung

Um die  $\gamma$ -Spektren (Abschn. 2.4.3) korrekt auszuwerten, ist zunächst eine Kalibrierung nötig, mit der jedem Detektorkanal eine  $\gamma$ -Energie zugeordnet werden kann (Abschn. 2.4.6).

Während der Experimente wurden ausreichend Spektren aufgenommen, bei denen die Energie der Photodiode bekannt ist. So wurden für die Kalibrierung vorerst die  $\gamma$ -Linien einer  $^{88}\text{Y}$ -, einer  $^{137}\text{Cs}$  und einer  $^{60}\text{Co}$  genutzt. Hinzu kommen die Linien aus dem natürlichen Untergrund (Abschn. 2.4.1) von  $^{40}\text{K}$ ,  $^{214}\text{Bi}$  und  $^{208}\text{Tl}$ . Schließlich wurden noch die gut bekannten Energien für  $\gamma$ -Quanten verwendet, welche emittiert werden, wenn sich ein angeregter Kernzustand (Abschn. 2.2.4) abregt, der entweder aus der  $^{27}\text{Al}(p,\gamma)^{28}\text{Si}$ - oder aus der  $^{40}\text{Ca}(\alpha,\gamma)^{44}\text{Ti}$ -Reaktion hervorgeht. Nur die gut bekannten  $\gamma$ -Energien ergeben schließlich die Kalibrierfunktionen in Abb. 4.1.

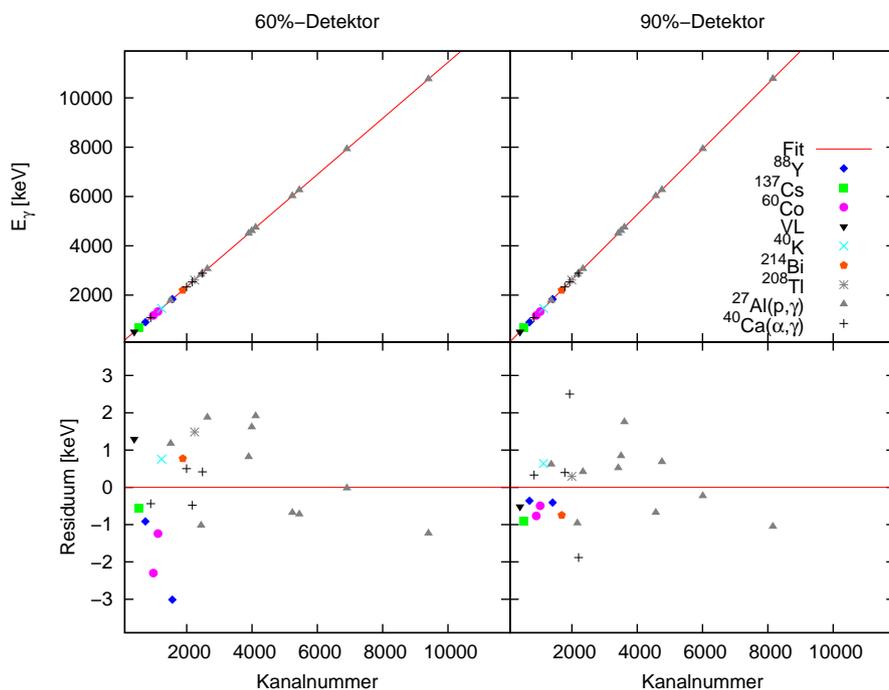
## 4.2. Nachweiswahrscheinlichkeit der Detektoren

Ziel dieses Abschnittes ist es, für beide Detektoren (Abschn. 3.3) mit einer Gleichung die Nachweiswahrscheinlichkeit (Abschn. 2.4.7) für eine vorgegebene  $\gamma$ -Energie bestimmen zu können. Ein ähnliches Verfahren, wie folgend beschrieben, ist auch in [Tro09] zu finden.

**Berechnung spezieller Nachweiswahrscheinlichkeiten** Zuerst wurden die Spektren der drei in Tab. 4.1 aufgelisteten Kalibrierquellen aufgenommen und bei den  $\gamma$ -Energien in Spalte 4 die Linieninhalte  $N_L$  (Abschn. 2.4.4) bestimmt. Für  $^{60}\text{Co}$  und  $^{88}\text{Y}$  mussten dabei die Linieninhalte bzgl. der Summationseffekte korrigiert werden, was in Abschn. 2.4.8 beschrieben ist.

Als zweites wurde jeweils der Linieninhalt  $N_L$  (Tab. 4.2), die Aktivität  $A$  (Tab.4.1), die relative Intensität  $I_\gamma$  (Tab. 4.2) und die Messzeit  $t$  (Tab. 4.2) in

$$\eta = \frac{N_L}{AIt} \quad (4.1)$$



**Abbildung 4.1.:** Für jeden Detektor wurde mit mehreren Kalibrierpunkten der Zusammenhang zwischen Kanalnummer und  $\gamma$ -Energie hergestellt.

**Tabelle 4.1.:** Kalibrierquellen, ihre Aktivität  $A$  zur Messzeit, die Energien  $E_\gamma$  ihrer wichtigsten Spektrallinien, deren relative Intensitäten  $I_\gamma$  und die Literaturquelle.

Nuklid	Kennnung	$A$ [kBq]	$E_\gamma$ [keV]	$I_\gamma$ [%]	aus
$^{60}\text{Co}$	2004-1826	$4,443 \pm 0,020$	$1173,228 \pm 0,003$	$99,85 \pm 0,03$ %	[Tul03]
			$1332,492 \pm 0,004$	$99,9826 \pm 0,0003$ %	[Tul03]
$^{88}\text{Y}$	2008-1157	$0,390 \pm 0,006$	$898,042 \pm 0,003$	$93,7 \pm 0,3$ %	[MS05]
			$1836,063 \pm 0,012$	$99,2 \pm 0,3$ %	[MS05]
$^{137}\text{Cs}$	2004-1816	$9,97 \pm 0,06$	$661,657 \pm 0,003$	$85,10 \pm 0,20$ %	[BT07]

**Tabelle 4.2.:** Energien der Spektrallinien  $E_\gamma$ , Linieninhalte  $N_L$ , Messzeiten  $t$  und Nachweiswahrscheinlichkeiten  $\eta$  der Kalibrierquellen

Detektor	$E_\gamma$	$N_L$	$t$	$\eta [10^{-3}]$
60 %	$661,657 \pm 0,003$	$40\,230 \pm 201$	2 246	$2,11 \pm 0,04$
	$898,042 \pm 0,003$	$145\,642 \pm 402$	227 612	$1,75 \pm 0,04$
	$1173,228 \pm 0,003$	$15\,627 \pm 126$	2 395	$1,471 \pm 0,023$
	$1332,492 \pm 0,004$	$14\,440 \pm 120$	2 395	$1,357 \pm 0,021$
	$1836,063 \pm 0,012$	$96\,887 \pm 312$	227 612	$1,100 \pm 0,025$
90 %	$661,657 \pm 0,003$	$10\,522 \pm 102$	665	$1,89 \pm 0,04$
	$898,042 \pm 0,003$	$129\,710 \pm 425$	227 610	$1,56 \pm 0,04$
	$1173,228 \pm 0,003$	$14\,115 \pm 123$	2 395	$1,328 \pm 0,021$
	$1332,492 \pm 0,004$	$13\,434 \pm 116$	2 395	$1,263 \pm 0,020$
	$1836,063 \pm 0,012$	$97\,251 \pm 311$	227 610	$1,104 \pm 0,025$

**Tabelle 4.3.:** Intensitäten und Winkelkorrelationen für  $\gamma$ -Quanten der  $^{27}\text{Al}(p,\gamma)^{28}\text{Si}$ -Reaktion

aus [AKHF77]		siehe Abschn. 2.2.6	
$E_\gamma$ [keV]	$I_\gamma$ [%]	$W_{55^\circ}$	$W_{90^\circ}$
$E_1 = 1\,778,9$	$94,8 \pm 1,5$	$1,0062 \pm 0,0012$	$0,9940 \pm 0,0019$
2 838,9	$5,5 \pm 0,4$	$1,009 \pm 0,005$	$0,996 \pm 0,007$
3 063,3	$1,15 \pm 0,11$	$0,992 \pm 0,012$	$0,968 \pm 0,019$
3 123,7	$0,70 \pm 0,07$	$1,061 \pm 0,015$	$0,925 \pm 0,021$
4 497,6	$4,8 \pm 0,3$	$1,026 \pm 0,005$	$0,932 \pm 0,008$
4 608,4	$4,5 \pm 0,4$	$0,986 \pm 0,006$	$1,020 \pm 0,009$
4 743,0	$8,8 \pm 0,5$	$1,001 \pm 0,004$	$1,006 \pm 0,006$
6 019,9	$6,0 \pm 0,5$	$0,989 \pm 0,005$	$1,009 \pm 0,008$
6 265,3	$2,1 \pm 0,2$	$1,034 \pm 0,008$	$0,926 \pm 0,013$
10 762,9	$76,6 \pm 1,5$	$1,0120 \pm 0,0019$	$0,963 \pm 0,003$
$I_{\gamma,55^\circ}(10\,762,9\text{ keV})/I_{\gamma,55^\circ}(E_1) = 0,806 \pm 0,010$ aus [ZJAL90]			

eingesetzt, woraus sich die Nachweiswahrscheinlichkeiten  $\eta$  der fünf  $\gamma$ -Linien in Tab. 4.2 ergeben. Damit wird jedoch nur ein Energiebereich bis 1836 keV abgedeckt.

In [AKHF77] wird beschrieben, wie höherenergetische Kalibrierpunkte mit Hilfe von Resonanzen der  $^{27}\text{Al}(p,\gamma)^{28}\text{Si}$ -Reaktion genutzt werden können: Bei einer Protonenenergie von 992 keV im Laborsystem kommt es im  $\gamma$ -Spektrum auch zu hochenergetischen Linien (Abschn. 2.2.4), die in Tab. 4.3 aufgelistet sind.

Als drittes wurde, um die Nachweiswahrscheinlichkeit der Spektrallinie bei

$$E_1 = 1778,9\text{ keV} \quad (4.2)$$

zu bestimmen, mit den Werten aus Tab. 4.2 für jeden Detektor die Funktion (Vgl. [Tro09, S. 64])

$$\eta(E_\gamma) = \exp \left[ a + b \ln \frac{E_1}{E_\gamma} + c \left( \ln \frac{E_1}{E_\gamma} \right)^2 \right] \quad (4.3)$$

gefittet. Aufgrund von

$$\eta(E_1) = e^a \quad (4.4)$$

ist jedoch nur der jeweilige Parameter  $a$  wichtig. Dieser ist hier nicht extra aufgeführt, da er sich über

$$a = \ln \eta(E_1) \quad (4.5)$$

berechnen lässt, wobei  $\eta(E_1)$  in Tab. 4.4 zu finden ist.

Als viertes wurde dann mit dem Verhältnis

$$\frac{N_L(E_1)/t(E_1)}{N_L(E_\gamma)/t(E_\gamma)} = \frac{I_\gamma(E_1) \quad W_\theta(E_1) \quad \eta(E_1)}{I_\gamma(E_\gamma) \quad W_\theta(E_\gamma) \quad \eta(E_\gamma)} \quad (4.6)$$

die Nachweiswahrscheinlichkeit

$$\eta(E_\gamma) = \eta(E_1) \frac{N_L(E_\gamma) \quad t(E_1) \quad I_\gamma(E_1) \quad W_\theta(E_1)}{N_L(E_1) \quad t(E_\gamma) \quad I_\gamma(E_\gamma) \quad W_\theta(E_\gamma)} \quad (4.7)$$

jeder Spektrallinie (Tab. 4.4) bestimmt, wobei jeweils  $N_L$  der Linieninhalt (Tab. 4.4),  $t$  die Messzeit (Tab. 4.4),  $I_\gamma$  die relative Intensität (Tab. 4.3) und  $W_\theta$  die Winkelkorrelation (Tab. 4.3) ist. Letztere berechnet sich aus den Gleichungen (2.32) und (2.34) in Abschn. 2.2.6 mit den Koeffizienten aus Tab. A.1.

Das Verhältnis der relativen Intensitäten zwischen der  $\gamma$ -Linie bei 10 762,9 keV und der bei  $E_1$  ist nach [ZJAL90] mit

$$V_{Zij} = \frac{I_{\gamma,55^\circ}(10\,762,9\text{ keV})}{I_{\gamma,55^\circ}(E_1)} = 0,806 \pm 0,010 \quad (4.8)$$

sehr präzise bekannt, sodass die Nachweiswahrscheinlichkeit über

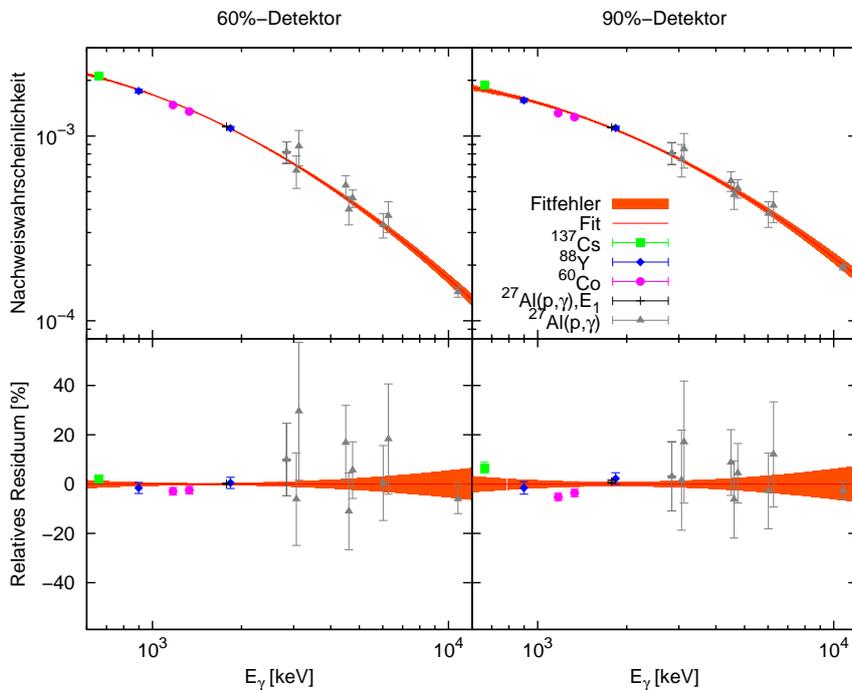
$$\eta(10\,762,9\text{ keV}) = \eta(E_1) \frac{N_L(10\,762,9\text{ keV}) \quad t(E_1)}{N_L(E_1) \quad t(10\,762,9\text{ keV}) \quad V_{Zij}} \quad (4.9)$$

berechnet werden kann.

Es ist zu berücksichtigen, dass alle Nachweiswahrscheinlichkeiten  $\eta(E_\gamma)$  in Tab. 4.4 in Abhängigkeit von  $\eta(E_\gamma = E_1)$  berechnet wurden.

**Tabelle 4.4.:** Energien  $E_\gamma$ , Linieninhalte  $N_L$ , Messzeiten  $t$  und Nachweiswahrscheinlichkeiten  $\eta$  der Spektrallinien der  $^{27}\text{Al}(p,\gamma)^{28}\text{Si}$ -Reaktion

Detektor	$E_\gamma$ [keV]	$N_L$	$t$ [s]	$\eta$ [ $10^{-3}$ ]
60 %	$E_1 = 1\,778,9$	$40\,811 \pm 203$	5 481	$1,124 \pm 0,003$
	2 838,9	$1\,725 \pm 43$		$0,82 \pm 0,11$
	3 063,3	$279 \pm 18$		$0,65 \pm 0,13$
	3 123,7	$220 \pm 16$		$0,88 \pm 0,19$
	4 497,6	$924 \pm 32$		$0,54 \pm 0,07$
	4 608,4	$709 \pm 28$		$0,40 \pm 0,07$
	4 743,0	$1\,559 \pm 40$		$0,46 \pm 0,05$
	6 019,9	$759 \pm 28$		$0,33 \pm 0,05$
	6 265,3	$274 \pm 17$		$0,37 \pm 0,07$
	10 762,9	$4\,072 \pm 64$		$0,143 \pm 0,009$
90 %	$E_1 = 1\,778,9$	$39\,477 \pm 200$	5 480	$1,113 \pm 0,007$
	2 838,9	$1\,664 \pm 42$		$0,81 \pm 0,11$
	3 063,3	$318 \pm 20$		$0,75 \pm 0,15$
	3 123,7	$234 \pm 17$		$0,85 \pm 0,18$
	4 497,6	$1\,036 \pm 34$		$0,57 \pm 0,07$
	4 608,4	$788 \pm 30$		$0,48 \pm 0,08$
	4 743,0	$1\,694 \pm 42$		$0,52 \pm 0,06$
	6 019,9	$841 \pm 30$		$0,38 \pm 0,06$
	6 265,3	$339 \pm 19$		$0,42 \pm 0,08$
	10 762,9	$5\,563 \pm 75$		$0,195 \pm 0,007$

**Abbildung 4.2.:** Die Kalibrierkurven der Nachweiswahrscheinlichkeiten für die zwei Detektoren mit relativem Residuum.

In Abb. 4.2 sind die Kalibrierfunktionen und das relative Residuum dargestellt. Die dargestellten Abweichungen der Kalibrierquellen sind auf Repositionierungsfehler zurückzuführen. Um für beide Detektoren jeweils die Kalibrierfunktion und das relative Residuum darzustellen, wurde folgendermaßen vorgegangen:

**Gleichung der Kalibrierfunktion** Die fünf Kalibrierquellen und die zehn  $\gamma$ -Linien der  $^{27}\text{Al}(p,\gamma)^{28}\text{Si}$ -Reaktion ergeben insgesamt 15 Kalibrierpunkte  $\eta(E_i)$  mit  $i = 1, \dots, 15$ . Damit können 15 Fitfunktionen mit der Gleichung (Vgl. [Tro09, S. 64])

$$\eta(E_\gamma) = \exp \left[ a_i + b_i \ln \frac{E_i}{E_\gamma} + c_i \left( \ln \frac{E_i}{E_\gamma} \right)^2 \right], \quad i = 1, \dots, 15 \quad (4.10)$$

formuliert werden, woraus sich jeweils die Parameter  $a_i$ ,  $b_i$  und  $c_i$  ergeben. Analog zu Gl. (4.4) ist damit je ein gefitteter Wert der Nachweiswahrscheinlichkeit über

$$\eta(E_i) = \exp(a_i), \quad i = 1, \dots, 15 \quad (4.11)$$

berechenbar. Da die Struktur aller 15 Fitfunktionen identisch ist, liegen auch alle  $\eta(E_i)$  auf einer Funktion mit der Gleichung

$$\eta_{\text{Fit}}(E_\gamma) = \exp \left[ a_{\text{Fit}} + b_{\text{Fit}} \ln E_\gamma + c_{\text{Fit}} (\ln E_\gamma)^2 \right]. \quad (4.12)$$

Aus dieser Funktion kann direkt die Nachweiswahrscheinlichkeit bei einer beliebigen  $\gamma$ -Energie berechnet werden, wobei beachtet werden muss, dass die Kalibrierpunkte nur einen Bereich von 661,657 keV bis 10 762,9 keV abdecken. Die Parameter  $a_{\text{Fit}}$ ,  $b_{\text{Fit}}$  und  $c_{\text{Fit}}$  sind in Tab. 4.5 zu finden. In Abb. 4.2 ist diese Funktion mit „Fit“ gekennzeichnet.

**Funktion der Fitfehler** Die Fitfehler an den Kalibrierpunkten  $\Delta\eta(E_i)$  ergeben sich mit der Funktion (4.10) aus

$$\Delta\eta(E_\gamma) = \left| \frac{\partial\eta(E_\gamma)}{\partial a_i} \Delta a_i \right| + \left| \frac{\partial\eta(E_\gamma)}{\partial b_i} \Delta b_i \right| + \left| \frac{\partial\eta(E_\gamma)}{\partial c_i} \Delta c_i \right| \quad (4.13)$$

$$= \eta(E_\gamma) \left[ \Delta a_i + \Delta b_i \ln \frac{E_i}{E_\gamma} + \Delta c_i \left( \ln \frac{E_i}{E_\gamma} \right)^2 \right] \quad (4.14)$$

$$\Rightarrow \Delta\eta(E_i) = \eta(E_i) \Delta a_i \quad (4.15)$$

$$= \exp(a_i) \Delta a_i, \quad (4.16)$$

**Tabelle 4.5.:** Parameter für Nachweiswahrscheinlichkeiten

Detektor	Parameter für die Gl. der Kalibrier- funktion	Parameter für die Funktion der oberen Fitfehler	Parameter für die Funktion der unteren Fitfehler
60 %	$a_{\text{Fit}} = -10,7116$ $b_{\text{Fit}} = 1,84065$ $c_{\text{Fit}} = -0,175968$	$a_{+\Delta} = -9,95758$ $b_{+\Delta} = 1,63625$ $c_{+\Delta} = -0,162046$	$a_{-\Delta} = -11,4896$ $b_{-\Delta} = 2,05166$ $c_{-\Delta} = -0,190348$
90 %	$a_{\text{Fit}} = -11,3403$ $b_{\text{Fit}} = 1,85653$ $c_{\text{Fit}} = -0,167198$	$a_{+\Delta} = -10,2975$ $b_{+\Delta} = 1,58238$ $c_{+\Delta} = -0,149030$	$a_{-\Delta} = -12,4388$ $b_{-\Delta} = 2,14570$ $c_{-\Delta} = -0,186376$
$\eta_{\dots}(E_{\gamma}) = \exp[a_{\dots} + b_{\dots} \ln E_{\gamma} + c_{\dots} (\ln E_{\gamma})^2]$			

wobei jeweils  $i = 1, \dots, 15$  gilt. Die Werte  $\eta(E_i) + \Delta\eta(E_i)$  liegen alle auf einer Funktion mit der Gleichung

$$\eta_{+\Delta}(E_{\gamma}) = \exp [a_{+\Delta} + b_{+\Delta} \ln E_{\gamma} + c_{+\Delta} (\ln E_{\gamma})^2], \quad (4.17)$$

wobei die Parameter  $a_{+\Delta}$ ,  $b_{+\Delta}$  und  $c_{+\Delta}$  in Tab. 4.5 aufgeführt sind. Analog liegen auch alle  $\eta(E_i) - \Delta\eta(E_i)$  auf einer Funktion mit der Gleichung

$$\eta_{-\Delta}(E_{\gamma}) = \exp [a_{-\Delta} + b_{-\Delta} \ln E_{\gamma} + c_{-\Delta} (\ln E_{\gamma})^2], \quad (4.18)$$

wobei Tab. 4.5 ebenfalls die Parameter  $a_{-\Delta}$ ,  $b_{-\Delta}$  und  $c_{-\Delta}$  auflistet. Damit lässt sich schließlich die mit „Fitfehler“ gekennzeichnete Fläche in Abb. 4.2 beschreiben, die von den Funktionen (4.17) und (4.18) begrenzt wird.

**Angabe der Nachweiswahrscheinlichkeit** Abschließend ist zu bemerken, dass die Nachweiswahrscheinlichkeit sowohl über

$$\eta(E_{\gamma}) \pm \Delta\eta(E_{\gamma}) = \eta_{\text{Fit}}(E_{\gamma}) \pm [\eta_{+\Delta}(E_{\gamma}) - \eta_{\text{Fit}}(E_{\gamma})], \quad (4.19)$$

als auch über

$$\eta(E_{\gamma}) \pm \Delta\eta(E_{\gamma}) = \eta_{\text{Fit}}(E_{\gamma}) \pm [\eta_{\text{Fit}}(E_{\gamma}) - \eta_{-\Delta}(E_{\gamma})] \quad (4.20)$$

angegeben werden kann. Werden Rundungsfehler vernachlässigt, gilt stets

$$\eta_{+\Delta}(E_{\gamma}) - \eta_{\text{Fit}}(E_{\gamma}) = \eta_{\text{Fit}}(E_{\gamma}) - \eta_{-\Delta}(E_{\gamma}). \quad (4.21)$$

### 4.3. Energiekalibrierung des Tandetrans

An der Steuerung des 3-MV-Tandetrans (Abschn. 3.1.3) können die nötigen Spannungen abgelesen werden, um mit Gl. (3.1) die Beschleunigungsspannungen zu berechnen. Daraus ergeben sich die Ionenenergien

$$E_{\text{He}} = eU_{\text{He}} \quad \text{bzw.} \quad E_{\text{p}} = eU_{\text{p}}, \quad (4.22)$$

welche im weiteren Text als Nennenergien bezeichnet werden.

Eine solche Nennenergie  $E_{\text{Nenn}}$  stimmt jedoch nicht mit der Energie  $E_0$  überein, mit der die Ionen letztlich auf das Target treffen.

Wie in [Tro09] beschrieben, wurde eine Kalibrierung der Protonenenergie am Tandetrans bereits 2009 durchgeführt. Mit Hilfe gut bekannter Resonanzen (Abschn. 2.3.2) der Reaktionen  $^{27}\text{Al}(\text{p},\gamma)^{28}\text{Si}$ ,  $^{14}\text{N}(\text{p},\gamma)^{15}\text{O}$  und  $^{15}\text{N}(\text{p},\alpha\gamma)^{12}\text{C}$  wurden dafür Energiepunkte bestimmt. Es ergab sich im Energiebereich von ca. 0,5 bis 2 MeV eine Fitfunktion [Tro09, Gl. 4.3] von

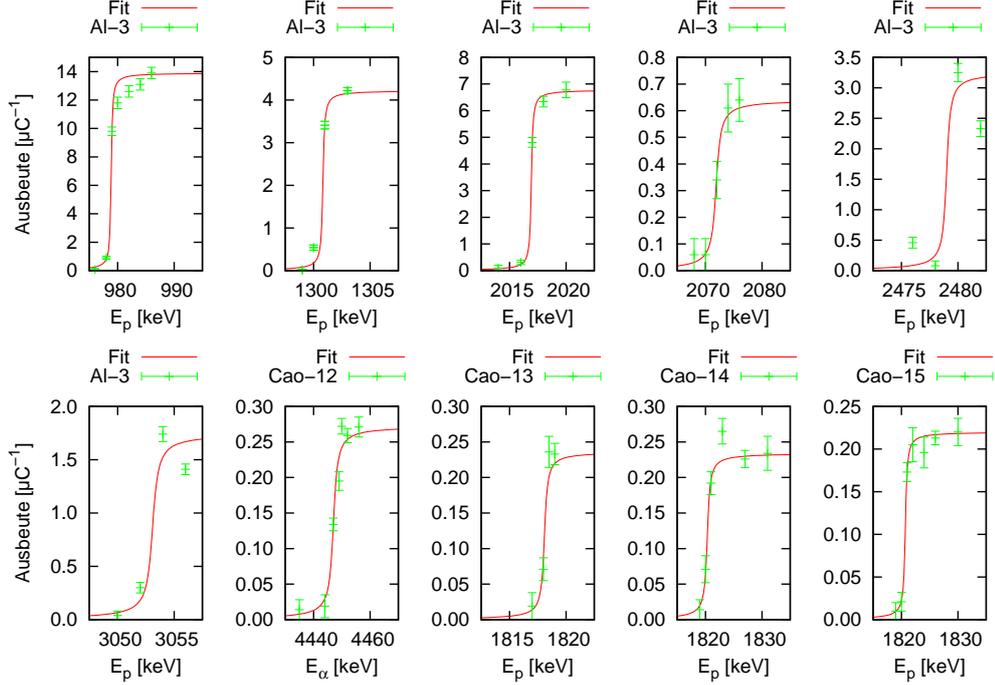
$$E_0 = (1,017 \pm 0,002) \cdot E_{\text{Nenn}} - (5,2 \pm 1,0) \text{ keV}. \quad (4.23)$$

Während der Experimente in 2010 wurde dieses Verfahren auf die  $^{27}\text{Al}(\text{p},\gamma)^{28}\text{Si}$ -, die  $^{40}\text{Ca}(\text{p},\gamma)^{41}\text{Sc}$ - und die  $^{40}\text{Ca}(\alpha,\gamma)^{44}\text{Ti}$ -Reaktion angewendet, was einen erheblich größeren Energiebereich von bis zu 4,5 MeV für die Kalibrierung ermöglicht. Dabei wird außerdem die Annahme überprüft, ob die Eigenschaften des Tandetrans die Beschleunigung aller Ionen identisch beeinflusst und somit Protonen- und  $\alpha$ -Strahl gleich kalibriert sind.

**Ermittlung der Nennenergien** Die Kalibrierung des Tandetrans wurde mit acht Energiepunkten durchgeführt, für welche jeweils der entsprechende Ionenstrahl im Bereich der Resonanzenergie ein Target bestrahlte. Der Beschleuniger wurde dafür zunächst auf eine Nennenergie eingestellt, die sich aus Gl. (4.23) ergibt. Dann wurde diese Nennenergie innerhalb einiger keV variiert, sodass für jeden Kalibrierpunkt mehrere  $\gamma$ -Spektren (Abschn. 2.4.3) aufgenommen werden konnten.

Während der Reaktion  $^{27}\text{Al}(\text{p},\gamma)^{28}\text{Si}$  zeigte sich im Spektrum u. a. eine  $\gamma$ -Linie bei 1779 keV, während der Reaktion  $^{40}\text{Ca}(\text{p},\gamma)^{41}\text{Sc}$  eine bei 2882 keV und während der Reaktion  $^{40}\text{Ca}(\alpha,\gamma)^{44}\text{Ti}$  eine bei 1083 keV. Diese Linien entstehen durch  $\gamma$ -Quanten, die emittiert werden, wenn sich angeregte Kernzustände (Abschn. 2.2.4) abregen.

Mit dem Linieninhalt  $N_\gamma$  (Abschn. 2.4.4) und der ebenfalls jeweils gemessenen Ladung auf dem Target  $Q_T$  (Abschn. 3.1.4) lässt sich die Anzahl der  $\gamma$ -Quanten je einfallender Ladung bestimmen. Dieses Verhältnis entspricht einer ladungsspezifischen Ausbeute (Ab-



**Abbildung 4.3.:** Aus den rechten Flanken verschiedener Anregungsfunktionen können Energiepunkte für die Kalibrierung des Tandetrans bestimmt werden.

sch. 2.3.3), was

$$Y_Q = \frac{N_\gamma}{Q_T} \quad (4.24)$$

ausdrückt. Es ist zu bemerken, dass für die Ermittlung der Anzahl der  $\gamma$ -Quanten im Folgenden stets die Linieninhalte des 60 %- und des 90 %-Detektors (Abschn. 3.3) addiert wurden.

Unter der Angabe des jeweiligen Targets ist in Abb. 4.3 diese Ausbeute über der Ionenenergien dargestellt, wobei der Kalibrierpunkt bei einer Protonenenergie von 1820 keV bei drei verschiedenen Targets ermittelt werden sollte.

Die einzelnen Messpunkte der ladungsspezifischen Ausbeute lassen sich sehr gut mit der Funktion (2.64), S. 24, beschreiben, wenn  $E_0$  durch  $E_{\text{Nenn}}$ ,  $E_{\text{Res}}$  durch  $E_{\text{Nenn}}^{\text{Res}}$  und  $Y(E_0)$  durch  $Y_Q(E_{\text{Nenn}})$  ersetzt wird. Das Einsetzen von Gl. (2.65), S. 24, ergibt schließlich

$$Y_Q(E_{\text{Nenn}}) = \frac{Y_{\text{max}}}{\pi} \left[ \arctan \left( \frac{E_{\text{Nenn}} - E_{\text{Nenn}}^{\text{Res}}}{\Gamma/2} \right) + \frac{\pi}{2} \right], \quad (4.25)$$

wobei  $Y_{\text{max}} = Y_{\text{max}, \Delta E \gg \Gamma_{\text{Res}}}$  für die maximale Ausbeute dicker Targets und  $\Gamma = \Gamma_{\text{Res}}$  für die gesamte Resonanzbreite steht.

Die gefitteten Funktionen sind ebenfalls in Abb. 4.3 dargestellt, woraus sich die Nennenergien  $E_{\text{Nenn}}$  in Tab. 4.6 ergeben. Die Unsicherheiten in der letzten Spalte wurden aus

**Tabelle 4.6.:** Resonanzen für Tandetron-Kalibrierung

Target	Reaktion	$E_{\text{Res}}$ [keV] aus [Cen11]	$E_{\text{Nenn}}$ [keV]
GG-Al-3	$^{27}\text{Al}(p,\gamma)^{28}\text{Si}$	$991,756 \pm 0,017$	$978,9 \pm 1,0$
		$1317,14 \pm 0,07$	$1300,8 \pm 1,0$
		$2045,08 \pm 0,03$	$2016,9 \pm 1,0$
		$2101,6 \pm 0,8$	$2071,9 \pm 1,0$
		$2517,7 \pm 1,0$	$2479,0 \pm 1,3$
		$3099,1 \pm 1,0$	$3053,1 \pm 1,2$
GSI-CaO-13	$^{40}\text{Ca}(p,\gamma)^{41}\text{Sc}$		$1818,1 \pm 1,0$
GSI-CaO-14			$1820,3 \pm 1,0$
GSI-CaO-15			$1820,7 \pm 1,0$
Mittelwert		$1842,66 \pm 0,14$	$1819,7 \pm 1,7$
GSI-CaO-12	$^{40}\text{Ca}(\alpha,\gamma)^{44}\text{Ti}$	$4510 \pm 2$	$4447,0 \pm 1,6$

den statistischen Fitfehlern und aus einer systematischen Unsicherheit über

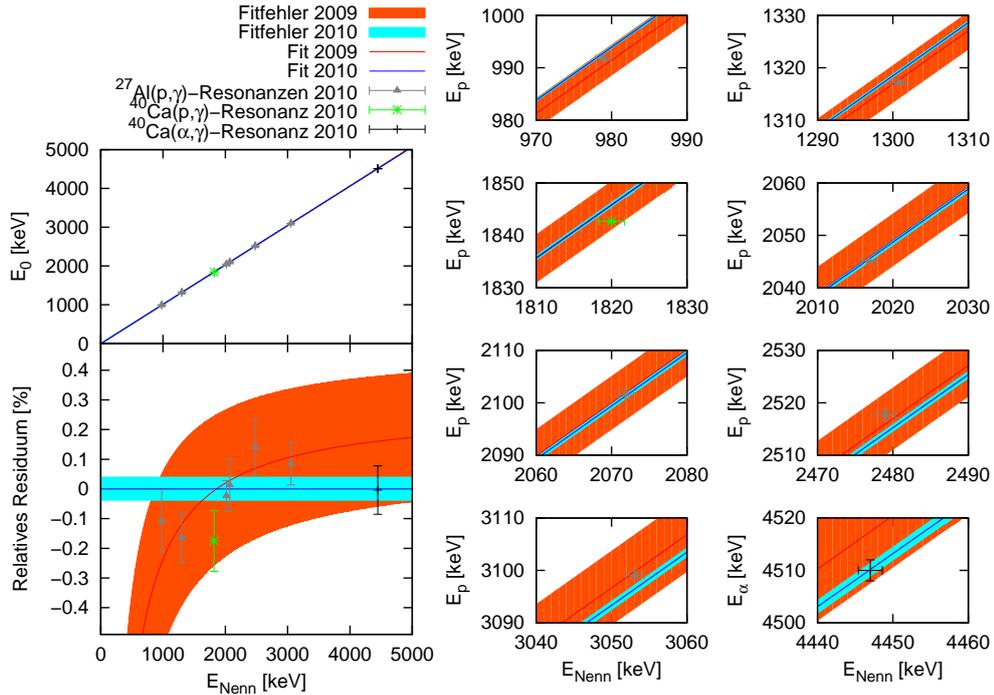
$$\Delta E_{\text{Nenn}} = \sqrt{(\Delta E_{\text{Nenn}}^{\text{stat}})^2 + (\Delta E_{\text{Nenn}}^{\text{stat}})^2} \quad (4.26)$$

berechnet. Letztere ergeben sich aus den Unsicherheiten bei der Einstellung der Beschleunigerspannung (Abschn. 3.1.3) und betragen bei Protonen  $2 \cdot 0,5 \text{ keV}$  und beim  $\alpha$ -Strahl  $3 \cdot 0,5 \text{ keV}$ , wobei sich die Faktoren so ergeben, wie es bei Gl. (3.1) beschrieben ist.

Aus den drei gefitteten Werten der  $^{40}\text{Ca}(p,\gamma)^{41}\text{Sc}$ -Resonanz wurde der Mittelwert gebildet und die Unsicherheiten quadratisch addiert.

**Kalibrierfunktion** Der sich ergebende Zusammenhang zwischen der Nennenergie  $E_{\text{Nenn}}$  und der Resonanzenergie  $E_{\text{Res}}$  ist linear. Doch im Gegensatz zu [Tro09], wo für die Ausgleichsrechnung eine lineare Funktion der Form  $y = ax + b$  genutzt wurde, wird hier  $b = 0$  gesetzt. Dies ist folgendermaßen begründet:

- Der niedrigste Kalibrierpunkt von 2009 liegt nach [Tro09, S. 34] bei einer Protonenenergie im Laborsystem von  $429,6 \text{ keV}$ . Dieser Punkt ist das Ergebnis einer  $^{15}\text{N}(p,\alpha\gamma)^{12}\text{C}$ -Reaktion. Während der Arbeit am Tandetron im Jahr 2010 wurde die sehr gut bekannte Resonanzenergie der  $^{27}\text{Al}(p,\gamma)^{28}\text{Si}$ -Reaktion bei  $E_p^{\text{Lab}} = 991,756 \text{ keV}$  als niedrigster Kalibrierpunkt genutzt.
- Der Energieverlust im Strippergas (Abschn. 3.1.3) ist mit einigen Elektronenvolt für den Protonen- und für den  $\alpha$ -Strahl vernachlässigbar.
- Wenn die Kalibrierpunkte in Tab. 4.6 durch eine lineare Funktion mit  $b \neq 0$  gefittet werden, sind Anstieg  $a$  und Achsenabschnitt  $b$  zu  $92,3 \%$  korreliert. Doch viel ent-



**Abbildung 4.4.:** Auf der linken Seite ist oben ein Überblick der Kalibrierfunktionen und unten das relative Residuum bzgl. der Fitfunktion dieser Arbeit dargestellt. Die vergrößerten Ausschnitte der Funktionen auf der rechten Seite zeigen die Bereiche um die Kalibrierpunkte.

scheidender ist, dass der relative Fitfehler des Achsenabschnitts  $\Delta b/b$  50 % beträgt. Dies hat bei der Angabe von Ionenenergien stets eine unnötig große Unsicherheit zur Folge.

Der Fit ergibt schließlich die direkte Proportionalität

$$E_0 = (1,0142 \pm 0,0003)E_{\text{Nenn}} \quad (4.27)$$

und somit einen relativen Fitfehler von 0,03 %.

In Abb. 4.4 ist die Energie  $E_0$ , mit der die Ionen auf das Target treffen, über der Energie  $E_{\text{Nenn}}$  dargestellt. Die einzelnen Ausschnitte der Kalibrierfunktionen erstrecken sich jeweils über 20 keV und zeigen so, wie der Fitfehler mit steigender Energie zunimmt. Dabei verläuft die neue Fitfunktion (4.27) mit ihrem Fitfehler innerhalb der Fläche, die durch den Fitfehler der Kalibrierfunktion (4.23) aufgespannt wird. Zusätzlich zeigt Abb. 4.4 auch noch das relative Residuum (Abschn. A.1), woran zu erkennen ist, dass die Kalibrierpunkte nicht mehr als 0,2 % von der Fitkurve abweichen.

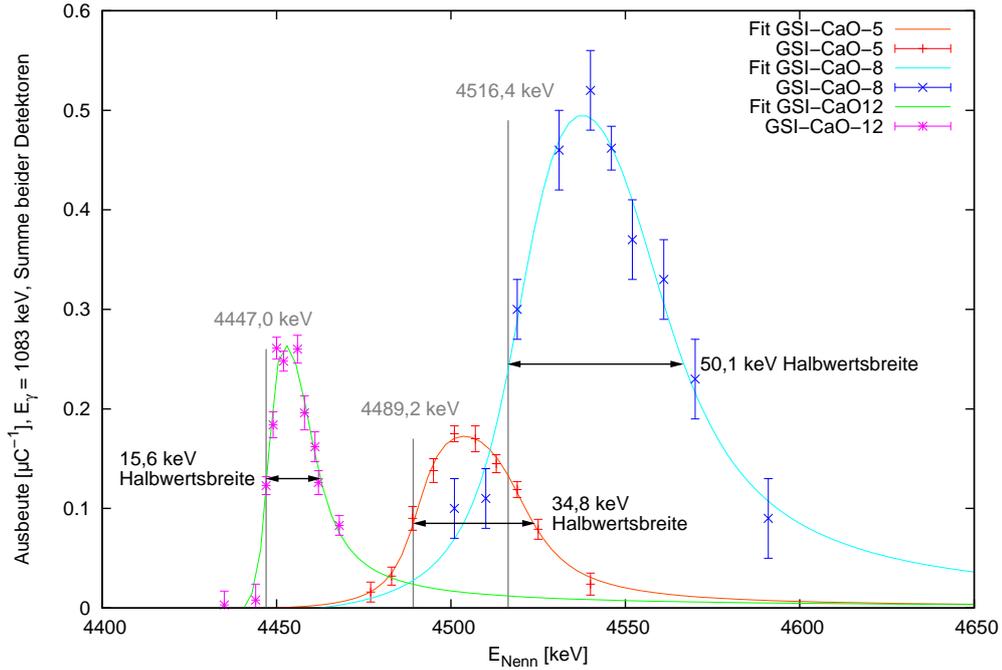


Abbildung 4.5.: Bei den drei Anregungsfunktionen der  $^{40}\text{Ca}(\alpha,\gamma)^{44}\text{Ti}$ -Reaktion ist jeweils nur die Hauptresonanz zu erkennen.

## 4.4. Anregungsfunktion der Resonanzen

Da die drei Resonanzen (Abschn. 2.3.2) jeweils nur 13,2 keV  $\alpha$ -Energie im Laborsystem voneinander entfernt sind, wurden für GSI-CaO-5, GSI-CaO-8 und GSI-CaO-12 (Abschn. 3.2) die Anregungsfunktionen (Abschn. 2.3.3) aufgenommen. Wie ausführlich in Abschn. 4.3 erklärt, wurden dafür bei verschiedenen Nennenergien aus den Spektren der  $\gamma$ -Detektoren die ladungsspezifischen Ausbeuten der  $^{40}\text{Ca}(\alpha,\gamma)^{44}\text{Ti}$ -Reaktion bestimmt. Für die Messwerte in Abb. 4.5 wurden jeweils die Linieninhalte (Abschn. 2.4.4) bei  $E_\gamma = 1083$  keV aus den Spektren beider  $\gamma$ -Detektoren addiert. Jedoch ist jeweils nur die Hauptresonanz sichtbar.

Außerdem ist in Abb. 4.5 eine Fitfunktion dargestellt. Für diese muss zunächst Gl. (2.54), S. 23, angepasst werden. Dazu werden

$$\begin{aligned}
 \frac{\lambda_{\text{Res}}^2}{2\pi} \frac{\omega_\gamma}{\varepsilon_{\text{Res}}} &\rightarrow F, \\
 E_0 &\rightarrow E_{\text{Nenn}}, \\
 E_{\text{Res}} &\rightarrow E_{\text{Nenn}}^{\text{Res}}, \\
 \Gamma_{\text{Res}} &\rightarrow \Gamma_1 \text{ bzw. } \Gamma_2 \quad \text{und} \\
 Y(E_0) &\rightarrow Y_Q(E_{\text{Nenn}})
 \end{aligned} \tag{4.28}$$

**Tabelle 4.7.:** Gegenüberstellung der simulierten und der beobachteten Energieverluste nach 90 nm Gold.

Target	$\Delta E_\alpha$ simuliert (SRIM, Abb. 3.3)	$\Delta E_\alpha$ beobachtet (Abb. 4.5)
GSI-CaO-5	43 keV	42,2 keV
GSI-CaO-8	43 keV	69,4 keV

substituiert, woraus sich die Fitfunktion

$$Y_Q(E_{\text{Nenn}}) = F \left( \arctan \frac{E_{\text{Nenn}} - E_{\text{Nenn}}^{\text{Res}}}{\Gamma_1/2} - \arctan \frac{E_{\text{Nenn}} - E_{\text{Nenn}}^{\text{Res}} - \Delta E}{\Gamma_2/2} \right) \quad (4.29)$$

ergibt. Dabei beschreibt  $Y_Q$  die ladungsspezifische Ausbeute,  $E_{\text{Nenn}}$  die Nennenergie,  $F$  den zur Maximalausbeute (2.59) proportionalen Faktor,  $E_{\text{Nenn}}^{\text{Res}}$  die Energie, bei der die Resonanz getroffen wird,  $\Gamma_1$  den Verlauf der ansteigenden und  $\Gamma_2$  den der abfallenden Flanke.

In Tab. 4.7 sind kurz die simulierten und beobachteten Werte der Energieverluste des  $\alpha$ -Strahls für die Targets GSI-CaO-5 und GSI-CaO-8 aufgelistet.

Außerdem ist der Abb. 4.5 zu entnehmen, dass beim Target GSI-CaO-12 die Resonanz bei einer Nennenergie von 4447,0 keV liegt.

Beim Target GSI-CaO-5 muss der  $\alpha$ -Strahl zusätzlich eine Goldschicht (Abschn. 3.2) durchqueren, die unter einem Winkel von  $\theta = 55^\circ$  (Abschn. 3.1.4) ca. 90 nm dick ist. Nach dieser Goldschicht beträgt der mittlere Energieverlust gemäß SRIM 43 keV (Abb. 3.3, S. 45). In der Tat kann damit fast vollständig die in Abb. 4.5 dargestellte Nennenergie von 4489,2 keV erklärt werden.

Jedoch wird die Anregungsfunktion nach [Ili07, Abschn. 4.8] auch durch die Dicke der CaO-Schicht beeinflusst. Aus Tab. 3.1 ist ersichtlich, dass die CaO-Schicht des GSI-CaO-12 36 nm und die des GSI-CaO-5 30 nm dick ist. Dies bedeutet für den  $\alpha$ -Strahl unter  $\theta = 55^\circ$ , dass mit der etwas dünneren CaO-Schicht des GSI-CaO-5 auch der mittlere Energieverlust etwas geringer ist. Dazu zeigt Abb. 3.4, S. 47, den Energieverlust im Calciumoxid in Abhängigkeit von der Schichtdicke. Somit ergibt sich schließlich die in Abb. 4.5 dargestellte Nennenergie von 4489,2 keV.

Analog kann auch die Nennenergie der Resonanz beim GSI-CaO-8 von 4516,4 keV erklärt werden. Wegen des Energieverlustes in der Goldschicht muss die Nennenergie im Mittel 43 keV höher liegen. Da die CaO-Schicht des Targets mit 100 nm (Tab. 3.1) wesentlich dicker ist, wird dadurch die Lage der Nennenergie ebenfalls beeinflusst, was eine weitere Erhöhung von 26,4 keV zur Folge hat.

Die Halbwertsbreite der Resonanz ist bei den mit Gold beschichteten Targets ebenfalls

größer als beim GSI-CaO-12. Der Unterschied zwischen 15,6 keV beim GSI-CaO-12 und 34,8 keV beim GSI-CaO-5 entspricht ungefähr der in Abb. 3.3, S. 45, angegebenen Zunahme von 16 keV. Beim GSI-CaO-8 ist die Halbwertsbreite auf Grund der Dicke der CaO-Schicht zusätzlich um ca. 15 keV größer.

## 4.5. Aktivierungen der Calciumtargets

Während der Experimente wurden die Targets GSI-CaO-7, GSI-CaO-13, GSI-CaO-14 und GSI-CaO-15 bei unterschiedlichen Nennenergien aktiviert. Da bei der Bestrahlung des GSI-CaO-13 die Energie des  $\alpha$ -Strahls nicht konstant gehalten werden konnte, wird diese Aktivierung nicht ausgewertet.

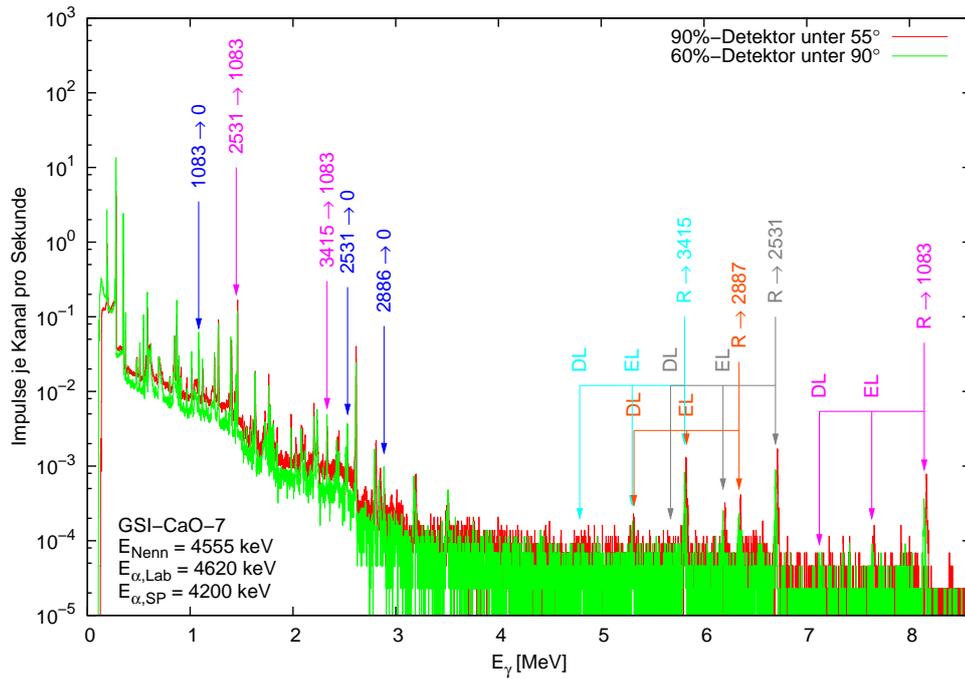
Das  $\alpha$ -Spektrum der Aktivierung von GSI-CaO-7 ist in Abb. 4.6(a) dargestellt. Die zahlreichen  $\gamma$ -Linien resultieren aus Reaktionen der  $\alpha$ -Teilchen mit den Sauerstoffkernen des Calciumoxids und mit den weiteren Calciumisotopen neben  $^{40}\text{Ca}$ , welche in Tab. 2.1, S. 7, aufgelistet sind. Außerdem sind auch die  $\gamma$ -Linien der natürlichen Radioaktivität (Abschn. 2.4.1) zu erkennen. Eine detaillierte Auswertung aller  $\gamma$ -Linien soll hier nicht vorgenommen werden. Wichtig sind aber die markierten Energien, mit denen  $\gamma$ -Quanten ausgesendet werden, wenn sich der angeregte (Abschn. 2.2.4)  $^{44}\text{Ti}$ -Kern abregt.

In den Spektren des GSI-CaO-7 in Abb. 4.6(a) sind die Einfach- (EL) und Doppel-Escapelinien (DL) (Abschn. 2.4.3) nicht so stark ausgeprägt wie im Spektrum des GSI-CaO-14 in Abb. 4.6(b). Dies ist jedoch lediglich auf die größere Bestrahlungszeit zurückzuführen. Dadurch sind auch alle weiteren  $\gamma$ -Linien stärker ausgeprägt.

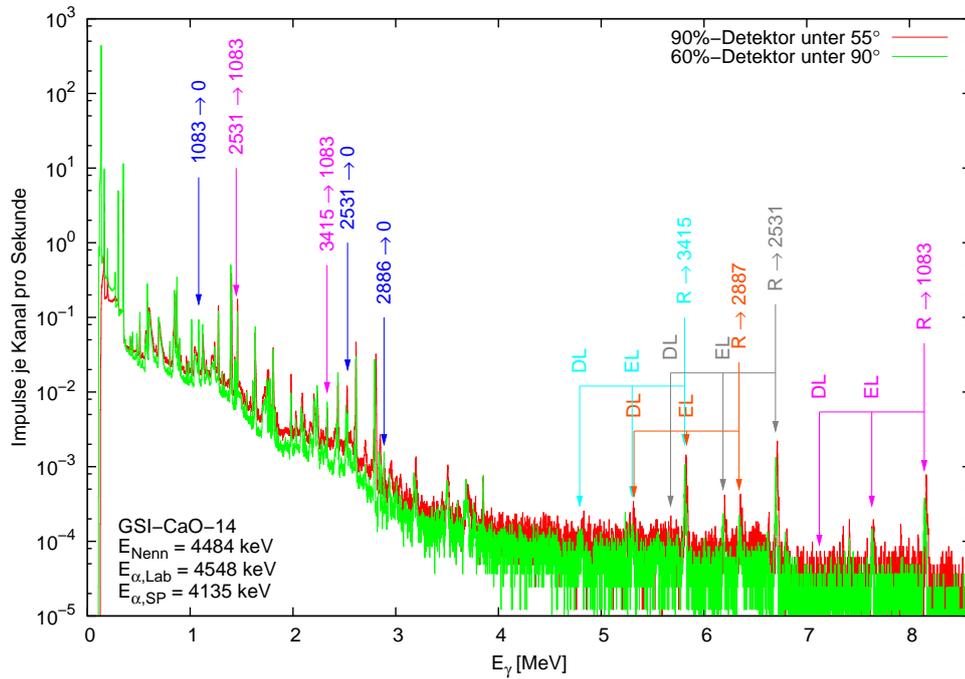
Die wichtigsten  $\gamma$ -Linien der  $^{40}\text{Ca}(\alpha,\gamma)^{44}\text{Ti}$ -Reaktion sind auch im Spektrum des GSI-CaO-15 in Abb. 4.7(a) zu sehen. Doch sind in den Spektren nur die  $\gamma$ -Linien markiert, über welche sich ein erzeugter  $^{44}\text{Ti}$ -Kern abregt, wenn mit einer Energie des Resonanztripletts (Abschn. 2.3.2) bestrahlt wurde. Das Energieniveauschema in Abb. 4.7(b) beinhaltet diese  $\gamma$ -Energien.

Zusätzlich sind in Abb. 4.8 die vergrößerten Ausschnitte der hochenergetischen Linien der drei Targets dargestellt. Da auf  $\gamma$ -Quanten, die unter  $\theta = 90^\circ$  emittiert werden, die Dopplerverschiebung (Abschn. 2.2.3) keinen Einfluss hat, sind hier nur Ausschnitte aus den Spektren des 60 %-Detektors dargestellt.

Vor allem im Bereich der  $\gamma$ -Energie von 6,7 MeV in Abb. 4.8 ist zu erkennen, dass die Targets GSI-CaO-7 und GSI-CaO-14 über alle drei Resonanzen des Tripletts aktiviert wurden. Beim GSI-CaO-14 ist dafür die  $\alpha$ -Energie im Schwerpunktsystem von 4135 keV ( $E_\alpha^{\text{Lab}} = 4548,5$  keV) ausreichend, da sie 23 keV oberhalb der  $\alpha$ -Energie von  $E_\alpha^{\text{SP}} = 4112$  keV ( $E_\alpha^{\text{Lab}} = 4523,2$  keV) liegt, die nach Abb. 4.7(b) der oberen Resonanz des Tripletts ent-

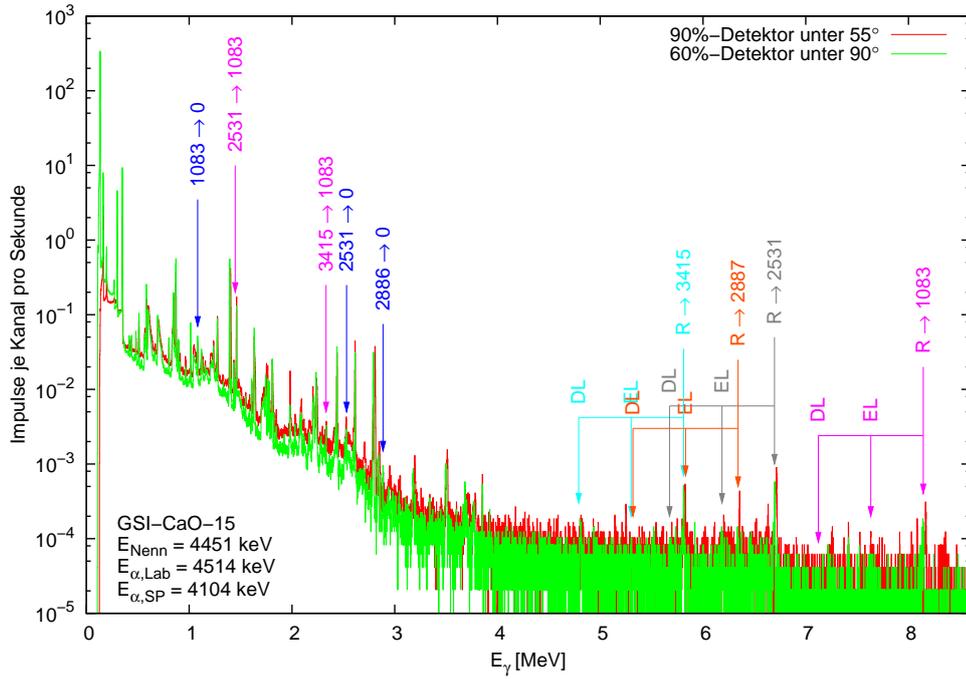


(a) Nach 43 716 s Aktivierung mit  $E_{Nenn} = 4555$  keV wurde auf dem Target GSI-CaO-7 eine Ladung von 55 141,29  $\mu\text{C}$  gemessen.

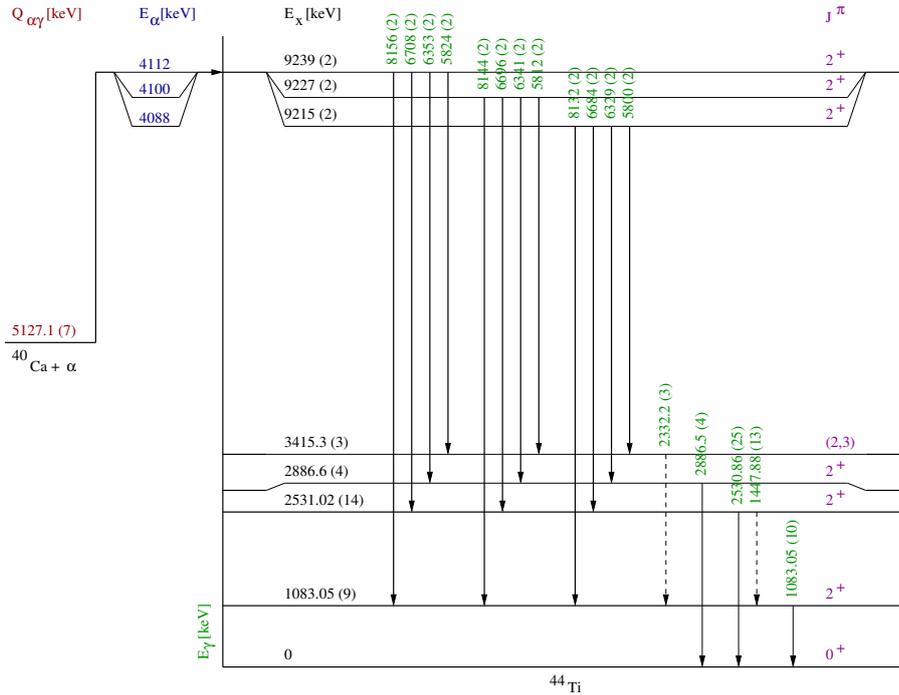


(b) Nach 84 308 s Aktivierung mit  $E_{Nenn} = 4485$  keV wurde auf dem Target GSI-CaO-14 eine Ladung von 127 243,62  $\mu\text{C}$  gemessen.

**Abbildung 4.6.:**  $\gamma$ -Spektren während der Aktivierung der Targets GSI-CaO-7 und GSI-CaO-14.

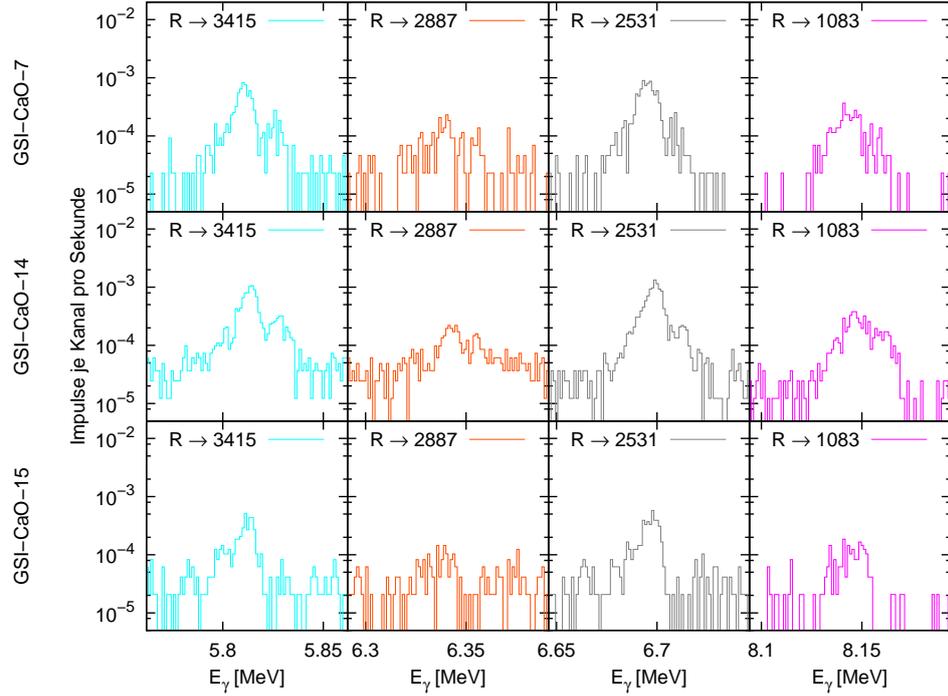


(a) Nach 49 593 s Aktivierung mit  $E_{Nenn} = 4451$  keV wurde auf dem Target GSI-CaO-15 eine Ladung von 64 358,94  $\mu\text{C}$  gemessen.



(b) Energieniveauschema des Resonanztripletts bei einer  $\alpha$ -Energie von ca. 4,5 MeV im Labor- bzw. 4,1 MeV im Schwerpunktsystem.

**Abbildung 4.7.:**  $\gamma$ -Spektren wahrend der Aktivierung von GSI-CaO-15 mit Ausschnitt aus dem Energieniveauschema der  $^{40}\text{Ca}(\alpha,\gamma)^{44}\text{Ti}$ -Reaktion.

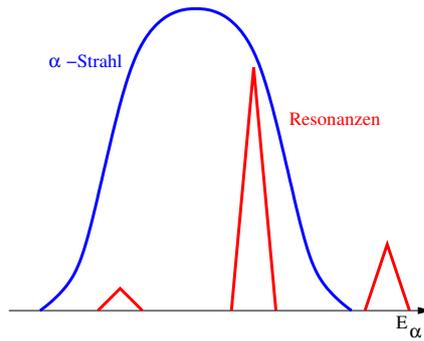


**Abbildung 4.8.:** Die Ausschnitte der  $\gamma$ -Spektren des 60 %-Detektors während der Aktivierung bestätigen, dass beim GSI-CaO-15 nur über die beiden unteren Resonanzen und bei GSI-CaO-7 und GSI-CaO-14 über das gesamte Triplet aktiviert wurde.

spricht. Bei der Bestrahlung des GSI-CaO-7 ist die  $\alpha$ -Energie mit 4200 keV im Schwerpunktsystem ( $E_{\alpha}^{\text{Lab}} = 4620$  keV) sogar noch höher.

Dass das Target GSI-CaO-15 nur über die beiden unteren Resonanzen aktiviert wurde, ist bereits an der  $\alpha$ -Energie im Schwerpunktsystem zu erkennen. Diese liegt mit 4104 keV ( $E_{\alpha}^{\text{Lab}} = 4514,4$  keV) oberhalb der Hauptresonanz mit 4100 keV ( $E_{\alpha}^{\text{Lab}} = 4510$  keV) und unterhalb der oberen Resonanz mit 4112 keV ( $E_{\alpha}^{\text{Lab}} = 4523,2$  keV), siehe Abb. 4.7(b). Auch durch die energetische Strahlbreite, die nach Abb. 3.4 mit zunehmender Schichtdicke zunimmt, kann kein Ion die Energie der oberen Resonanz erreichen, wenn der mittlere Energieverlust deutlich größer als die Strahlbreite ist. Das Schema in Abb. 4.9 verdeutlicht die Situation.

Dies wird durch die fehlenden  $\gamma$ -Linien der oberen Resonanz bestätigt, da in Abb. 4.8 bei GSI-CaO-15 rechts neben der Hauptresonanz die Anzahl der Impulse je Kanal erheblich geringer ist.



**Abbildung 4.9.:** Bei der Bestrahlung von GSI-CaO-15 wird nicht über die obere Resonanz aktiviert.

**Tabelle 4.8.:** Gegenüberstellung der energetischen Schichtdicke  $\Delta E_p$  und der gemessenen Halbwertsbreite  $b_{\text{HW}}$ .

Target	$d_{\text{CaO}}$	$\Delta E_p$ simuliert (SRIM, Abb. 3.4)	$b_{\text{HW}}$ gemessen (Abb. 4.10)
GSI-CaO-13 vor Aktivierung	36 nm	2,6 keV	2,5 keV
GSI-CaO-14 vor Aktivierung	300 nm	21,5 keV	23 keV
GSI-CaO-14 nach Aktivierung	300 nm	21,5 keV	22 keV
GSI-CaO-15 nach Aktivierung	300 nm	21,5 keV	22 keV

## 4.6. Struktur der Calciumtargets

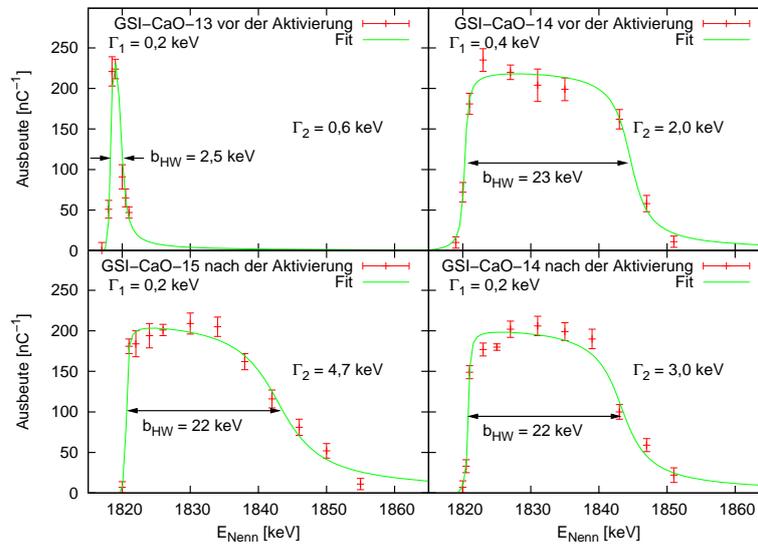
Um die Stabilität der Targets vor und nach der Aktivierung zu überprüfen, wurden sie mit Protonen bestrahlt. Bei verschiedenen Nennenergien wurden analog zu den Abschnitten 4.3 und 4.4 aus den Spektren der  $\gamma$ -Detektoren für die  $^{40}\text{Ca}(p,\gamma)^{41}\text{Sc}$ -Reaktion die ladungsspezifischen Ausbeuten (Abschn. 2.3.3) bestimmt.

Letztere ergeben sich, wenn der Linieninhalt (Abschn. 2.4.4) bei  $E_\gamma = 2882 \text{ keV}$  durch den Wert der Ladung geteilt wird, der während der Bestrahlung auf dem Target gemessen wurde. Auch in Abb. 4.10 sind die Messpunkte jeweils mit Gl. (4.29) gefittet.

Einen Vergleich zwischen der in Abschnitt 3.2 mit SRIM simulierten Schichtdicken und der gemessenen Halbwertsbreiten liefert Tab. 4.8. Sie stimmen sehr gut überein.

Folgend werden die gefitteten Werte für  $\Gamma_1$  und  $\Gamma_2$  in Gl. (4.29) genauer betrachtet. Wie bereits in Abschn. 4.4 erwähnt, beschreiben die Werte den Verlauf der auf- und absteigenden Flanke der Resonanz. Je steiler die Anregungsfunktion verläuft, desto kleiner ist der Wert für  $\Gamma$ .

Die Fitfunktionen der ladungsspezifischen Ausbeuten in Abb. 4.10 stimmen sehr gut mit den Betrachtungen in [Ili07, Fig. 4.60] überein. Während bei dünnen Targets beide Flanken steil verlaufen, wird die abfallende Flanke mit zunehmender Targetdicke immer



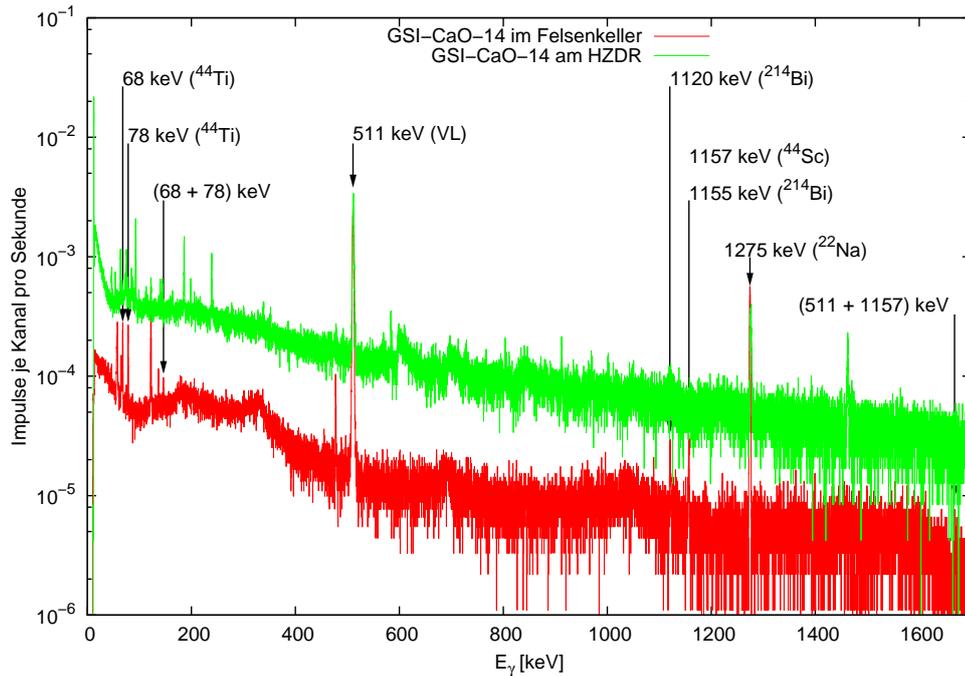
**Abbildung 4.10.:** Die Anregungsfunktionen der  $^{40}\text{Ca}(p,\gamma)^{41}\text{Sc}$ -Reaktion stellen die Struktur der Targets vor und nach der Aktivierung dar.

flacher. Dieser Verlauf ist auch in Abb. 4.10 zu erkennen. Für die steil ansteigende Flanke hat  $\Gamma_1$  stets einen Wert zwischen 0,2 keV und 0,4 keV. Für die abfallende Flanke vergrößert sich  $\Gamma_2$  von 0,6 keV beim 36 nm dünnen Target GSI-CaO-13 bis auf 4,7 keV beim 300 nm dicken Target GSI-CaO-15.

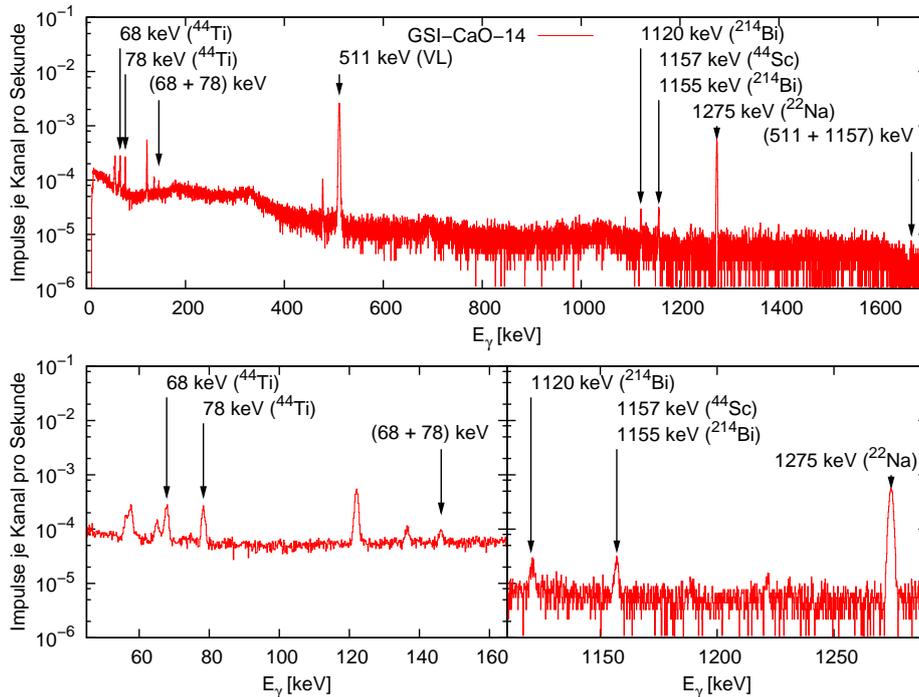
Außerdem ist es wichtig, die Anregungsfunktionen der Targets vor und nach der Aktivierung zu vergleichen. Beispielsweise sind beim GSI-CaO-14 die Unterschiede der beiden Funktionen (rechts in Abb. 4.10) sehr gering. Demzufolge hat sich die CaO-Schicht nicht wesentlich verändert und das Target blieb während der Aktivierung stabil.

## 4.7. Gammaspektren im Felsenkeller

Nach den Experimenten am Tandetron wurden im Untergrundlabor Felsenkeller [KDL<sup>+</sup>09] die Spektren der aktivierten Proben aufgenommen. In Abb. 4.11(a) ist zunächst der Vergleich mit einem Detektor am HZDR dargestellt. Dieser steht in einer „Bleiburg“ und ist in der Bauweise ähnlich dem Detektor im Felsenkeller. Dennoch werden sowohl die niedere energetischen  $\gamma$ -Linien des  $^{44}\text{Ti}$  als auch die hochenergetischen Linien des  $^{44}\text{Sc}$  vollkommen durch den Untergrund überdeckt. Des Weiteren resultieren die Linien nahe der  $^{44}\text{Ti}$ -Energien von 68 keV und 78 keV nicht aus dem  $^{44}\text{Ti}$ -Zerfall, sondern sind Luminiszenzen von Blei

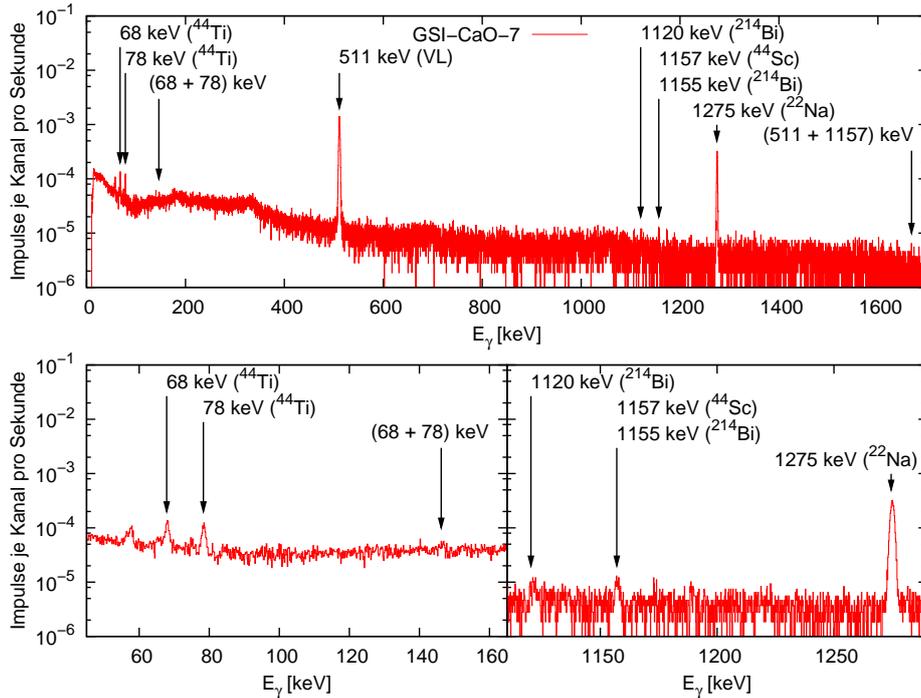


(a) Die Proben müssen im Felsenkeller ausgemessen werden, da sonst der Untergrund die wichtigen Linien völlig überdeckt. Die niederenergetischen Linien des HZDR-Spektrums sind nicht die  $^{44}\text{Ti}$ -Linien sondern Blei- und Tantaluminiszenzen.

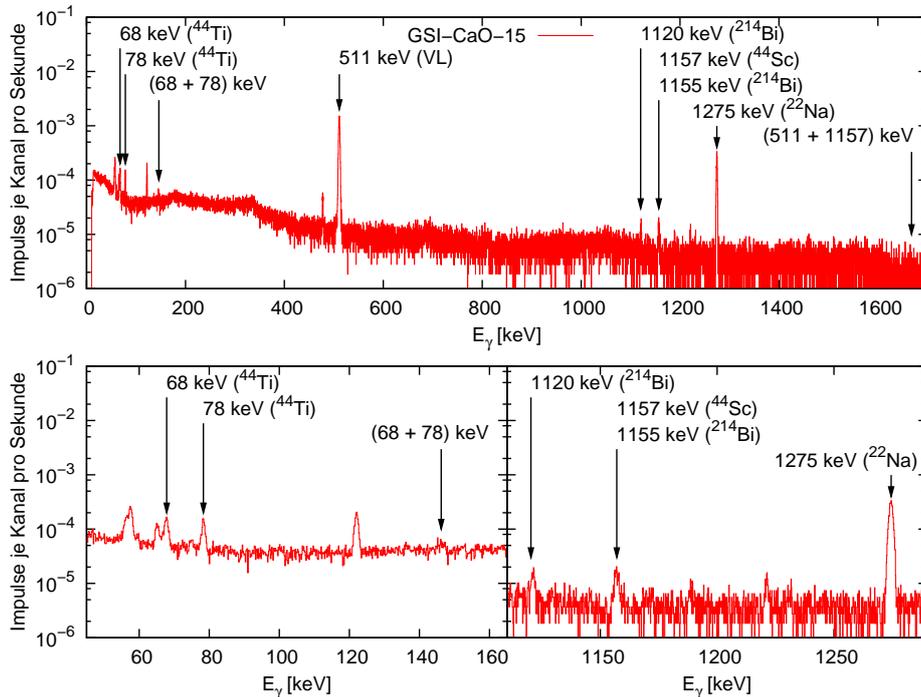


(b) Die  $^{44}\text{Sc}$ -Linie bei 1157 keV wird durch eine  $^{214}\text{Bi}$ -Linie beeinflusst,  $^{44}\text{Ti}$ -Linie bei 68 keV ist ebenfalls nicht isoliert, doch die  $\gamma$ -Linie bei 78 keV lässt sich gut auswerten.

**Abbildung 4.11.:** Es wurden sowohl am HZDR, als auch im Felsenkeller  $\gamma$ -Spektren von GSI-CaO-14 aufgenommen.

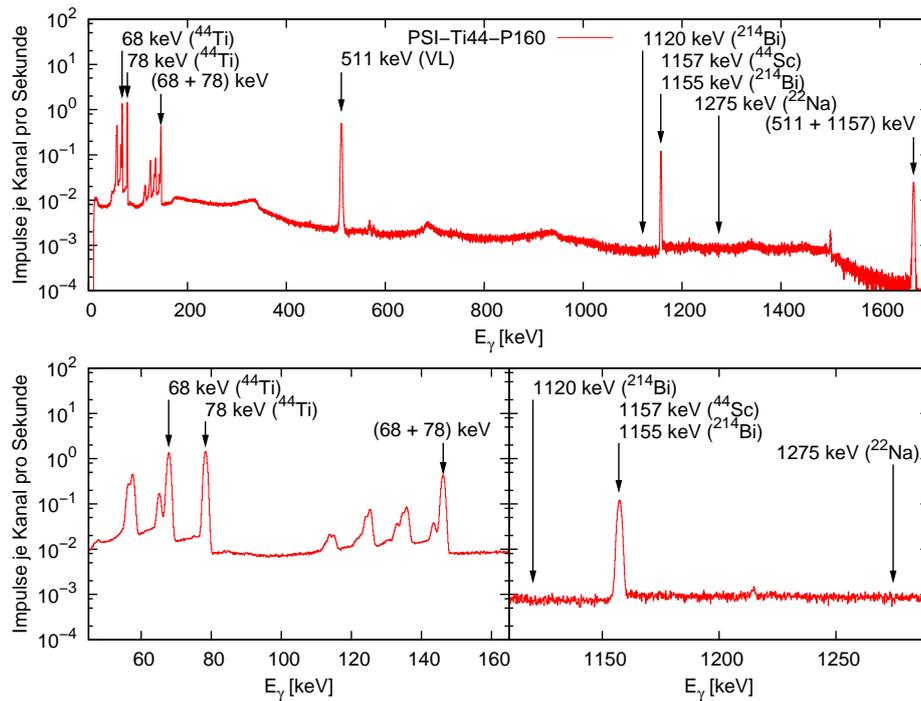


(a) Bei allen Proben ist eindeutig eine  $^{22}\text{Na}$ -Linie zu identifizieren. Quelle für diese Kontamination ist die  $^{19}\text{F}(\alpha, \gamma)^{22}\text{Na}$ -Reaktion, die durch Fluorverunreinigungen im Calciumoxid ermöglicht wird.



(b) Die  $\gamma$ -Linie bei ca. 120 keV ist nur bei den Proben zu sehen, die ohne eine Bremsschicht aus Gold aktiviert wurden. Jedoch ist diese  $\gamma$ -Linie nicht annähernd so störend, wie die  $^{22}\text{Na}$ -Linie.

**Abbildung 4.12.:** Der Untergrund der Felsenkeller-Spektren resultiert größtenteils aus den Compton-Ereignissen der beim  $^{22}\text{Na}$ -Zerfall emittierten  $\gamma$ -Quanten.



**Abbildung 4.13.:** Dieses Spektrum der Standardquelle wird für die Berechnung der Aktivität der Proben genutzt. Diese PSI-Ti44-P160-Quelle hatte während der Aufnahme eine Aktivität von  $66,9 \pm 0,8$  Bq.

und Tantal.

Abb. 4.11(b) zeigt das Felsenkellerspektrum des Targets GSI-CaO-14. Die Bereiche der nieder- und hochenergetischen  $\gamma$ -Linien sind zusätzlich vergrößert dargestellt. Um einen ersten Vergleich zwischen den Spektren zu gewährleisten, wurden die Kanalinhalte durch die Messzeit geteilt.

Gleiches gilt auch für das Spektrum vom GSI-CaO-7 in Abb. 4.12(a) und vom GSI-CaO-15 in Abb. 4.12(b). Da auch eine Standardquelle mit bekannter Aktivität unter den gleichen geometrischen Bedingungen wie die Proben aufgenommen wurde, ist es möglich, so auf die Aktivitäten der anderen Proben zu schließen. Dieser Inhalt wird im nächsten Kapitel diskutiert.

# 5. Diskussion der Ergebnisse

## 5.1. Aktivitäten der Targets

### 5.1.1. Vorhersage der Aktivität mittels der Resonanzstärken aus der Literatur

Während der Bestrahlung wurde die Ladung gemessen, die das Target erreichte. Damit lässt sich, da die Resonanzstärke bekannt ist, die Aktivität vorhersagen.

Die Aktivität  $A$  steht nach Gl. (2.5) und Gl. (2.7) mit der Anzahl der entstandenen  $^{44}\text{Ti}$ -Kerne  $N_{\text{Ti}}$  über

$$A = N_{\text{Ti}} \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \quad (5.1)$$

im Zusammenhang. Das Verhältnis aus entstandenen  $^{44}\text{Ti}$ -Kernen zu einfallenden  $\alpha$ -Teilchen  $N_\alpha$  ist nach Gl. (2.46) und Gl. (2.65) gleich der Ausbeute  $Y_{\text{max}, \Delta E \gg \Gamma_{\text{Res}}}$ , sodass

$$N_{\text{Ti}} = N_\alpha Y_{\text{max}, \Delta E \gg \Gamma_{\text{Res}}} \quad (5.2)$$

folgt. Die Anzahl der einfallenden  $\alpha$ -Teilchen ist aus der Ladung  $Q$  durch

$$N_\alpha = \frac{Q}{2e} \quad (5.3)$$

bekannt, wobei  $e$  die Elementarladung ist und die  $\alpha$ -Teilchen zweifach positiv geladen sind. Die Ausbeute wird hingegen nach Gl. (2.65) aus

$$Y_{\text{max}, \Delta E \gg \Gamma_{\text{Res}}} = \frac{\lambda_{\text{Res}}^2}{2} \frac{\omega\gamma}{\varepsilon_{\text{eff}}} \quad (5.4)$$

berechnet, wobei  $\lambda_{\text{Res}}$  die de-Broglie-Wellenlänge der Resonanz,  $\omega\gamma$  die Resonanzstärke (Abschn. 2.3.2) und  $\varepsilon_{\text{eff}}$  das effektive Bremsvermögen (Abschn. 2.2.2) ist. Das halbe Quadrat der de-Broglie-Wellenlänge der Resonanz ist mit Gl. (2.38) nach Gl. (2.39) über

$$\frac{\lambda_{\text{Res}}^2}{2} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{E_{\text{Res}}} \frac{m_\alpha + m_{\text{Ca}}}{m_\alpha m_{\text{Ca}}} \quad (5.5)$$

**Tabelle 5.1.:** Mit der Ladung, die während der Bestrahlung auf dem Target gemessen wurde, können die Aktivitäten vorhergesagt werden. Dabei wird angenommen, dass GSI-CaO-7 und GSI-CaO-14 über alle drei Resonanzen, GSI-CaO-15 nur über die beiden unteren Resonanzen aktiviert wurde.

Probe	$E_{\alpha}^{\text{Lab}}$ [keV]	$Q$ [ $\mu\text{C}$ ]	$\varepsilon_{\text{Ca}}$ [ $10^{-14}$ eV $\text{cm}^2$ / Atom]	$\varepsilon_{\text{O}}$	$A$ [mBq]
GSI-CaO-7	4620	55 141,29	4,110	2,084	2,3
GSI-CaO-14	4548	127 243,62	4,147	2,105	5,3
GSI-CaO-15	4514	64 358,94	4,165	2,114	2,0
$\omega\gamma(4497 \text{ keV})$		$= (0,50 \pm 0,10) \text{ eV}$	$(20 \%)$		aus [DSS80]
$\omega\gamma(4510 \text{ keV})$		$= (5,8 \pm 1,2) \text{ eV}$	$(21 \%)$		aus [DSS80]
$\omega\gamma(4523 \text{ keV})$		$= (2,0 \pm 0,4) \text{ eV}$	$(20 \%)$		aus [DSS80]
$m_{\alpha}$		$= 4 \text{ u}$			aus [AWT03]
$m_{\text{Ca}}$		$= 40 \text{ u}$			aus [AWT03]
$N_{\text{irre}}/N_{\text{rele}}$		$= 3,059/96,941$			aus Tab. 2.1
$N_{\text{O}}/N_{\text{rele}}$		$= 100/96,941$			aus Tab. 2.1
$T_{1/2}(^{44}\text{Ti})$		$= (58,9 \pm 0,3) \text{ a}$	$(0,5 \%)$		aus [AGM <sup>+</sup> 06]

gegeben, mit der reduzierten Planck-Konstante  $\hbar$ , der Resonanzenergie im Schwerpunktsystem  $E_{\text{Res}}^{\text{Lab}}$  und der Projektil- bzw. Targetkernmasse  $m_{\alpha}$  bzw.  $m_{\text{Ca}}$ . Für die Resonanzenergie im Schwerpunktsystem gilt

$$E_{\text{Res}} = \frac{m_{\text{Ca}}}{m_{\alpha} + m_{\text{Ca}}} E_{\text{Res}}^{\text{Lab}}. \quad (5.6)$$

Unter der Voraussetzung, dass im Calciumoxid identisch viele Calcium- und Sauerstoffkerne vorliegen, ist aus Gl. (2.16) das effektive Bremsvermögen

$$\varepsilon_{\text{eff}} = \left(1 + \frac{N_{\text{irre}}}{N_{\text{rele}}}\right) \varepsilon_{\text{Ca}} + \frac{N_{\text{O}}}{N_{\text{rele}}} \varepsilon_{\text{O}} \quad (5.7)$$

bekannt, wobei  $N_{\text{irre}}/N_{\text{rele}}$  das Verhältnis der prozentualen Häufigkeiten (Tab. 2.1) der Calciumisotope, die für die Reaktion irrelevant sind, und des relevanten  $^{40}\text{Ca}$ -Nuklids,  $\varepsilon_{\text{Ca}}$  das Bremsvermögen von  $\alpha$ -Teilchen im Calcium,  $N_{\text{O}}/N_{\text{rele}}$  das Verhältnis aus Sauerstoff- und  $^{40}\text{Ca}$ -Kernen sowie  $\varepsilon_{\text{O}}$  das Bremsvermögen von  $\alpha$ -Teilchen im Sauerstoff ist. Setzt man schließlich alle Gleichungen ineinander ein, so folgt

$$A = \frac{Q}{2e} \frac{\pi^2 \hbar^2}{E_{\text{Res}}^{\text{Lab}}} \frac{(m_{\alpha} + m_{\text{Ca}})^2}{m_{\alpha} m_{\text{Ca}}^2} \frac{\omega\gamma}{\left(1 + \frac{N_{\text{irre}}}{N_{\text{rele}}}\right) \varepsilon_{\text{Ca}} + \frac{N_{\text{O}}}{N_{\text{rele}}} \varepsilon_{\text{O}}} \frac{\ln 2}{T_{1/2}}. \quad (5.8)$$

Eine Übersicht der Ergebnisse und der benötigten Variablen gibt Tab. 5.1.

**Tabelle 5.2.:** Mit den  $\gamma$ -Spektren, die während der Bestrahlung aufgenommen wurden, können die Aktivitäten abgeschätzt werden. Dazu wurde angenommen, dass  $I = (83 \pm 8) \%$  der angeregten  $^{44}\text{Ti}$ -Kerne beim Abregen ein  $\gamma$ -Quant mit 1083 keV emittieren.

Probe	Detektor	$\eta(1083 \text{ keV}) [10^{-3}]$	$N_L$	$A \text{ [mBq]}$
GSI-CaO-7	60 %	$1,594 \pm 0,009$	$5\,652 \pm 85$	$1,6 \pm 0,2 \quad (12,5 \%)$
	90 %	$1,457 \pm 0,021$	$4\,121 \pm 92$	$1,3 \pm 0,2 \quad (15,4 \%)$
GSI-CaO-14	60 %	$1,594 \pm 0,009$	$16\,826 \pm 160$	$4,7 \pm 0,6 \quad (12,8 \%)$
	90 %	$1,457 \pm 0,021$	$12\,610 \pm 178$	$3,9 \pm 0,5 \quad (12,8 \%)$
GSI-CaO-15	60 %	$1,594 \pm 0,009$	$4\,332 \pm 95$	$1,2 \pm 0,2 \quad (16,7 \%)$
	90 %	$1,457 \pm 0,021$	$3\,716 \pm 120$	$1,1 \pm 0,2 \quad (18,2 \%)$

### 5.1.2. Abschätzung der Aktivität mittels Gammaspektren während der Aktivierung

Wenn man ein  $\gamma$ -Spektrum während der Aktivierung aufzeichnet, so werden Spektrallinien sichtbar, welche beim Abregen der angeregten Kernzustände (Abschn. 2.2.4) entstehen. Aus dem Linieninhalt  $N_L$  (Abschn. 2.4.4), der Nachweiswahrscheinlichkeit des  $\gamma$ -Detektors  $\eta$  (Abschn. 4.2) und der Emissionswahrscheinlichkeit (Abschn. 2.2.5) von  $I = (83 \pm 8) \%$  eines  $\gamma$ -Quants mit  $E_\gamma = 1083 \text{ keV}$ , lässt sich die Anzahl der entsprechenden Reaktionen

$$N_R = \frac{N_L}{\eta I} \quad (5.9)$$

bestimmen. Unter der Voraussetzung, dass bei jeder so identifizierten Reaktion ein  $^{44}\text{Ti}$ -Kern entsteht, d.h.  $N_R = N_{^{44}\text{Ti}}$ , ergibt sich mit Gl. (5.1) die Aktivität

$$A = \frac{N_L \ln 2}{\eta I T_{1/2}}. \quad (5.10)$$

In Tab. 5.2 sind für jede Probe die Aktivitäten aufgelistet, die mit den Spektren der 60 %-Detektoren und der 90 %-Detektoren abgeschätzt wurden.

Mittels der Gammaspektren während der Aktivierung könnte auch eine Überprüfung der Verzweungsverhältnisse erfolgen. Dies ist jedoch bei dieser Vielzahl der Linien sehr zeitaufwendig und soll hier nicht durchgeführt werden.

**Tabelle 5.3.:** Aktivitäten im Felsenkeller normiert auf den 01.01.2011.

Probe bzw. Standardquelle	$N_L$	$t_m$ [s]	$A$ [mBq]
GSI-CaO-7	495 ±41	1 078 564	3,2 ±0,3 (9,4 %)
GSI-CaO-14	988 ±51	911 198	7,6 ±0,5 (6,6 %)
GSI-CaO-15	630 ±45	1 083 619	4,1 ±0,3 (7,3 %)
PSI-Ti44-P160	773056 ±990	80 797	66 900 ±800 (1,2 %)

### 5.1.3. Berechnung der Aktivität mittels Gammaskpektren im Felsenkeller

Die Aktivitäten der Proben lassen sich mit der Standardquelle PSI-Ti44-P160 (Abschn. A.3) folgendermaßen bestimmen.

Die Aktivität (Abschn. 2.1.2) der Standardquelle, während sie gemessen wurde, war

$$A_{\text{P160}}(t_m) = A_{\text{P160}}(t_0) \left(\frac{1}{2}\right)^{(t_m-t_0)/T_{1/2}} = (66,9 \pm 0,8) \text{ Bq} \quad (1,2 \%), \quad (5.11)$$

wobei die Aktivität  $A_{\text{P160}}(t_0)$  in Tab. A.2 zu finden ist. Da das Verhältnis der Aktivitäten gleich dem Verhältnis der Linienflächen je Messzeit ist, ergeben sich die Aktivitäten der Proben aus

$$A_{\text{Probe}} = A_{\text{P160}} \frac{N_{\text{Probe}}}{N_{\text{P160}}} \frac{t_{\text{P160}}}{t_{\text{Probe}}} \quad (5.12)$$

zu den in Tab. 5.3 aufgeführten Werten.

## 5.2. Resonanzstärken

### 5.2.1. Resonanzstärke für normiertes Elementenverhältnis im CaO

Zunächst sollen die Resonanzstärken für den Fall bestimmt werden, dass die Anzahl der Calciumkerne identisch mit der Anzahl der Sauerstoffkerne ist. Dazu ist Gl. (5.8) nach der Resonanzstärke umzustellen. Es gilt

$$\omega\gamma = A \frac{2e}{Q} \frac{E_{\text{Res}}^{\text{Lab}}}{\pi^2 \hbar^2} \frac{m_\alpha m_{\text{Ca}}^2}{(m_\alpha + m_{\text{Ca}})^2} \left[ \left(1 + \frac{N_{\text{irre}}}{N_{\text{rele}}}\right) \varepsilon_{\text{Ca}} + \frac{N_{\text{O}}}{N_{\text{rele}}} \varepsilon_{\text{O}} \right] \frac{\ln 2}{T_{1/2}}. \quad (5.13)$$

Die benötigten Werte sind in Tab. 5.1 zu finden, die Aktivität  $A$  ergibt sich aus Tab. 5.3. Die berechneten Werte zeigt Tab. 5.4.

Obwohl die Resonanzstärke beim GSI-CaO-15 stärker scheint, ist es innerhalb der angegebenen Unsicherheiten dennoch möglich, dass nur über die beiden unteren Resonanz-

**Tabelle 5.4.:** Voraussetzung für diese Resonanzstärken ist, dass die Anzahl der Calciumkerne identisch mit der Anzahl der Sauerstoffkerne ist.

Probe	Aktivierte $E_{\text{Res}}^{\text{Lab}}$ [keV]	$\omega\gamma$ [eV]
GSI-CaO-7	4497; 4510 und 4523	$11,5 \pm 1,1$ (9,5 %)
GSI-CaO-14	4497; 4510 und 4523	$12,0 \pm 0,8$ (6,7 %)
GSI-CaO-15	4497; 4510	$12,8 \pm 1,0$ (7,8 %)

**Tabelle 5.5.:** Ladung  $Q$  und Linieninhalte bei  $E_\gamma = 2882$  keV der Targets GSI-CaO-14 und GSI-CaO-15. Für die Summe aus beiden Detektoren müssen die Unsicherheiten quadratisch addiert werden.

Probe	$Q$ [ $\mu\text{C}$ ]	60 %-Detektor	90 %-Detektor	Summe
GSI-CaO-14	3533,39	$337 \pm 22$	$445 \pm 24$	$782 \pm 30$ (3,8 %)
GSI-CaO-15	5908,77	$493 \pm 22$	$698 \pm 30$	$1191 \pm 40$ (3,4 %)

stärken aktiviert wurde.

### 5.2.2. Fehlerbetrachtung für die Resonanzstärke bei unbekanntem Elementenverhältnis im CaO

Da das genaue Verhältnis aus der Anzahl der Calcium- und Sauerstoffisotope nicht bekannt ist, ergibt sich eine erhebliche Vergrößerung der Unsicherheit. Diese kann abgeschätzt werden, indem über eine bekannte Resonanz das Elementenverhältnis bestimmt wird.

Sowohl in Abb. 4.3, als auch in Abb. 4.10 sind für GSI-CaO-14 und GSI-CaO-15 die ladungsspezifischen Ausbeuten der Reaktion  $^{40}\text{Ca}(p,\gamma)^{41}\text{Sc}$  dargestellt. Die Ausbeuten ergeben sich aus dem Linieninhalt bei 2882 keV und der auf dem Target gemessenen Ladung. Für jedes Target sind die Messwerte des Punktes mit der besten Statistik in Tab. 5.5 aufgelistet.

Aus Gl. (4.19) bzw. (4.20) kann die Nachweiswahrscheinlichkeit der Detektoren für die  $\gamma$ -Energie von 2882 keV in Tab. 5.6 ermittelt werden. Die winkelabhängige Emissionswahrscheinlichkeit (Abschn. 2.2.6) berechnet sich aus Gl. (2.32) bzw. (2.34). Die benötigten Koeffizienten und die berechneten Winkelkorrelationen sind in Tab. 5.7 zu finden.

Mit Hilfe der Gl. (5.9) kann aus dem Linieninhalt  $N_L$  die Anzahl der Reaktionen  $N_R$

**Tabelle 5.6.:** Nachweiswahrscheinlichkeit  $\eta$  der Detektoren bei  $E_\gamma = 2882$  keV.

Detektor	$\eta$
60 %	$(7,35 \pm 0,07) \cdot 10^{-4}$ (0,95 %)
90 %	$(7,76 \pm 0,09) \cdot 10^{-4}$ (1,16 %)

**Tabelle 5.7.:** Winkelkorrelation für  $\gamma$ -Quanten der  $^{40}\text{Ca}(p,\gamma)^{41}\text{Sc}$ -Reaktion nach [KCLR77].

$E_\gamma$ [keV]	$a_2$	$a_4$	$W_{55^\circ}$	$W_{90^\circ}$
$2882,30 \pm 0,06$	$0,52 \pm 0,03$	$-0,06 \pm 0,05$	$1,020 \pm 0,018$ (1,8 %)	$0,719 \pm 0,024$ (3,3 %)

**Tabelle 5.8.:** Anzahl der Reaktionen  $N_R$ , Ausbeute  $Y$  und effektives Bremsvermögen  $\varepsilon_{\text{eff}}$  für die Targets GSI-CaO-14 und GSI-CaO-15.

Detektor	$N_R$ [ $10^5$ ]	$Y$ [ $10^{-11}$ ]	$\varepsilon_{\text{eff}}$ [ $10^{-14}$ ]
60 %	$(5,9 \pm 0,3)$	$2,67 \pm 0,13$	$1,22 \pm 0,19$ (15,6 %)
90 %	$(9,0 \pm 0,5)$	$2,44 \pm 0,13$	$1,34 \pm 0,21$ (15,7 %)

berechnet werden, wenn alle  $\gamma$ -Quanten isotrop emittiert werden. Liegt jedoch eine winkelabhängige Emissionswahrscheinlichkeit (Abschn. 2.2.6) vor und kann sich der angeregte Zustand (Abschn. 2.2.4) nur über eine mögliche  $\gamma$ -Emission abregen, kommt

$$N_R = \frac{N_L}{\eta_{55^\circ} W_{55^\circ} + \eta_{90^\circ} W_{90^\circ}} \quad (5.14)$$

zur Anwendung, wobei sich  $\eta_{55^\circ}$  bzw.  $W_{55^\circ}$  auf den 90 %-Detektor und  $\eta_{90^\circ}$  bzw.  $W_{90^\circ}$  auf den 60 %-Detektor beziehen. Die Summation der Produkte im Nenner berücksichtigt, dass der Wert  $N_L$  ebenfalls die Summe aus den energetisch gleichen Linien zweier Detektoren (Tab. 5.5) ist. Mit der Ladung aus Tab. 5.5 kann über die angepassten Gleichungen (5.2) und (5.3) die Ausbeute

$$Y = N_R \frac{2e}{Q} \quad (5.15)$$

bestimmt werden. Mit der Resonanzstärke

$$\omega\gamma = (140 \pm 15) \text{ meV} \quad (11 \%) \quad (5.16)$$

nach [ZML87] und dem halben de-Braglie-Wellenlängenquadrat der Resonanz

$$m_p = 1 \text{ u}, \quad m_{\text{Ca}} = 40 \text{ u}, \quad E_{\text{Res}}^{\text{Lab}} = 1843 \text{ keV} \quad \Rightarrow \quad \frac{\lambda_{\text{Res}}^2}{2} = 2,34 \text{ cm}^2 \quad (5.17)$$

ergibt sich das effektive Bremsvermögen

$$\varepsilon_{\text{eff}} = \frac{\lambda_{\text{Res}}^2}{2} \frac{\omega\gamma}{Y}, \quad (5.18)$$

welches zusammen mit  $N_R$  und  $Y$  in Tab. 5.8 zu finden sind.

Aus dem effektiven Bremsvermögen lässt sich über Gl. (5.7) auf das Elementenverhältnis zwischen Sauerstoff und Calcium schließen. Die größte Unsicherheit resultiert jedoch aus der Resonanzstärke, Gl. (5.16), die nur mit einer Genauigkeit von 11 % bekannt ist.

Um die gesamte Unsicherheit zu bestimmen, können die relativen Unsicherheiten der Resonanzstärken (Tab. 5.4) für die Proben GSI-CaO-14 und GSI-CaO-15 quadratisch mit den relativen Unsicherheiten in Tab. 5.8 addiert werden. Es folgt

$$\text{GSI-CaO-14: } \sqrt{(6,7\%)^2 + (15,6\%)^2} = 17,0\% \quad \text{und} \quad (5.19)$$

$$\text{GSI-CaO-15: } \sqrt{(7,8\%)^2 + (15,7\%)^2} = 17,5\%. \quad (5.20)$$

Demzufolge resultiert der größte Beitrag der Unsicherheit aus dem unbekanntem Verhältnis zwischen Calcium- und Sauerstoffkernen. Wenn die Resonanzstärke der  $^{40}\text{Ca}(\alpha,\gamma)^{44}\text{Ti}$ -Reaktion relativ zur Reaktion  $^{40}\text{Ca}(p,\gamma)^{41}\text{Sc}$  gemessen wird, kann das Ergebnis nicht besser sein, als die Unsicherheit der Protonenreaktion von 11 %.

Ein sehr genaues Verfahren, was das Verhältnis auf wenige Prozent genau bestimmen kann, ist die Elastische Rückstreudetektionsanalyse (ERDA). Dies wird unter anderem in [DFBF98] und [DBG<sup>+</sup>04] beschrieben. Wenn damit die Annahme (Abschn. 5.2.1) bestätigt wird, dass die Anzahl der Calciumkerne mit der Anzahl der Sauerstoffkerne übereinstimmt, kann die Stärke des Triplets nach Tab. 5.4 mit einer Genauigkeit von unter 10 % angegeben werden.

## 6. Zusammenfassung

Für die Untersuchung des Resonanztripletts der Reaktion  $^{40}\text{Ca}(\alpha,\gamma)^{44}\text{Ti}$  bei einer  $\alpha$ -Energie von 4,5 MeV wurde zunächst die Ionenenergie des 3-MV-Tandetrans kalibriert. Dafür wurde der Energiebereich einer früheren Kalibrierung nach [Tro09] von 2 MeV auf 4,5 MeV erweitert. Damit wurde zugleich auch gezeigt, dass die Kalibrierung sowohl für Protonen als auch für  $\alpha$ -Teilchen geeignet ist.

Weiter wurden Erfahrungen im Umgang mit Calciumoxid gesammelt. Wie sich herausstellte, waren die Targets so stabil, dass auf eine äußere Schutzschicht aus Gold verzichtet werden konnte. Die in dieser Arbeit betrachteten Auswirkungen dieser Goldschicht auf die Ionenstrahlen, wie Energieverlust und Zunahme der energetischen Breite, müssen demnach bei zukünftigen Experimenten nicht mehr beachtet werden.

Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist, die Unsicherheiten der Resonanzstärken des Tripletts bei 4,5 MeV  $\alpha$ -Energie der Reaktion  $^{40}\text{Ca}(\alpha,\gamma)^{44}\text{Ti}$  zu verringern. Wenn jedoch die Ergebnisse

$$\omega\gamma(4497 \text{ keV}) + \omega\gamma(4510 \text{ keV}) + \omega\gamma(4523 \text{ keV}) = (12,0 \pm 2,0) \text{ eV} \quad (17\%) \quad (6.1)$$

und

$$\omega\gamma(4497 \text{ keV}) + \omega\gamma(4510 \text{ keV}) = (12,8 \pm 2,3) \text{ eV} \quad (18\%) \quad (6.2)$$

mit der Summe der Resonanzstärken nach [DSS80] verglichen werden,

$$\omega\gamma(4497 \text{ keV}) + \omega\gamma(4510 \text{ keV}) + \omega\gamma(4523 \text{ keV}) = (8,3 \pm 1,3) \text{ eV} \quad (16\%) \quad (6.3)$$

und

$$\omega\gamma(4497 \text{ keV}) + \omega\gamma(4510 \text{ keV}) = (6,3 \pm 1,2) \text{ eV} \quad (19\%), \quad (6.4)$$

wurde dies zwar nicht bei der Summe aller Resonanzstärken, aber bei der Summe der beiden unteren Resonanzen erreicht. Zukünftig ist jedoch geplant, die Unsicherheiten weiter zu reduzieren, indem die zwei Hauptursachen eingeschränkt werden sollen.

Einerseits können durch eine längere Messzeit im Felsenkeller die statistischen Unsicherheiten bei der Aktivitätsmessung reduziert werden. Diese betragen zur Zeit 6,6 % bei der

Probe, die über alle Resonanzen aktiviert wurde und 7,3 % bei der Probe, die nur über die beiden unteren Resonanzen aktiviert wurde.

Andererseits kann die erheblich größere Unsicherheit aus der Unkenntnis der CaO-Zusammensetzung ebenfalls reduziert werden. Denn im Gegensatz zur Relativmessung in dieser Arbeit, kann das Elementenverhältnis z. B. durch eine in Abschn. 5.2.2 erwähnte ERDA-Messung auf wenige Prozent genau bestimmt werden.

Letzteres hätte zur Folge, dass nach genauer Kenntnis des Elementenverhältnisses die Unsicherheiten definitiv unter 10 % liegen. Bereits mit den Daten dieser Arbeit (Tab. 5.4) könnte unter dieser Voraussetzung für die Summe der Resonanzstärken des Triplets eine maximale Unsicherheit von 9,5 % angegeben werden.

# A. Anhang

## A.1. Das Residuum

Hier werden am Bsp. der Energiekalibrierung des Tandetrans die Gleichungen hergeleitet, die für die Berechnung des Residuums nötig sind.

In Abschn. 4.3 wird beschrieben, wie die Energie  $E_0$ , mit der die Ionen auf dem Target auftreffen, aus der Nennenergie zu berechnen ist. Dafür wurden mit Hilfe von Resonanzen (Abschn. 2.3.2) Nennenergien für gut bekannte Resonanzenergien  $E_{\text{Res}}$  ermittelt. Zu den so entstandenen Datenpunkten wurde schließlich die Funktion (4.27) gefittet.

Das Residuum beschreibt dabei die relativen Abweichungen zwischen den Resonanzenergien und den aus Gl. (4.27) ermittelten Energien und gibt damit ein Maß der Genauigkeit der Fitfunktion an.

Aus einer zunächst unbekanntem Nennenergie  $x$  lässt sich mit der Funktion (4.27) die bekannte Resonanzenergie bestimmen.

$$f(x) = E_{\text{Res}} \quad (\text{A.1})$$

Setzt man jedoch die im Experiment ermittelte Nennenergie ein,

$$f(E_{\text{Nenn}}) = aE_{\text{Nenn}}, \quad (\text{A.2})$$

so ergibt sich nur eine Näherung an die Resonanzenergie, wobei  $a = 1,0142 \pm 0,0003$  die Proportionalitätskonstante ist. Somit gilt für das Residuum

$$R = f(x) - f(E_{\text{Nenn}}) = E_{\text{Res}} - aE_{\text{Nenn}}. \quad (\text{A.3})$$

Wird das Residuum durch den Funktionswert für die Nennenergie dividiert, so ergibt sich das relative Residuum über

$$R_{\text{rel}} = \frac{R}{aE_{\text{Nenn}}} = \frac{E_{\text{Res}}}{aE_{\text{Nenn}}} - 1. \quad (\text{A.4})$$

**Tabelle A.1.:** Koeffizienten für Winkelkorrelation aus [AKHF77]

$E_\gamma$ [keV]	$a_2$	$a_4$
1 778,9	0,000 $\pm$ 0,003	-0,016 $\pm$ 0,003
2 838,9	-0,009 $\pm$ 0,011	-0,022 $\pm$ 0,013
3 063,3	0,08 $\pm$ 0,03	0,02 $\pm$ 0,03
3 123,7	0,03 $\pm$ 0,03	-0,16 $\pm$ 0,04
4 497,6	0,085 $\pm$ 0,012	-0,069 $\pm$ 0,013
4 608,4	-0,013 $\pm$ 0,014	0,036 $\pm$ 0,015
4 743,0	-0,015 $\pm$ 0,009	-0,003 $\pm$ 0,011
6 019,9	0,00 $\pm$ 0,012	0,029 $\pm$ 0,014
6 265,3	0,080 $\pm$ 0,020	-0,090 $\pm$ 0,020
10 762,9	0,051 $\pm$ 0,005	-0,032 $\pm$ 0,005

**Tabelle A.2.:** Aktivitäten der Standardquellen vom 01.01.2010.

Standardquelle	$A$ [Bq]
P-60	35,5 $\pm$ 0,4 (1,1 %)
P-160	67,5 $\pm$ 0,8 (1,2 %)
F-130	137,1 $\pm$ 1,7 (1,2 %)
F-320	225 $\pm$ 3 (1,3 %)
P-690	498 $\pm$ 6 (1,2 %)

Die Unsicherheit des relativen Residuums  $\Delta R_{\text{rel}}$  setzt sich wegen

$$\Delta R_{\text{rel}} = \left| \frac{dR_{\text{rel}}}{dE_{\text{Res}}} \Delta E_{\text{Res}} \right| + \left| \frac{dR_{\text{rel}}}{da} \Delta a \right| + \left| \frac{dR_{\text{rel}}}{dE_{\text{Nenn}}} \Delta E_{\text{Nenn}} \right| \quad (\text{A.5})$$

$$= \frac{E_{\text{Res}}}{aE_{\text{Nenn}}} \left( \frac{\Delta E_{\text{Res}}}{E_{\text{Res}}} + \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta E_{\text{Nenn}}}{E_{\text{Nenn}}} \right) \quad (\text{A.6})$$

aus den relativen Unsicherheiten zusammen.

## A.2. Koeffizienten für die Winkelkorrelation

In Abschnitt 2.2.6 wurde die Winkelkorrelation eingeführt. Um sie für die Tab. 4.3 zu berechnen, sind in Tab. A.1 die Koeffizienten aufgelistet.

## A.3. Verfügbare Titan-44-Standardquellen

Für die Berechnung der Aktivität der Proben in Abschnitt 5.1.3 wird eine Standardquelle herangezogen. Eine Liste der verfügbaren  $^{44}\text{Ti}$ -Standardquellen gibt Tab. A.2.

# Literaturverzeichnis

- [AAR<sup>+</sup>99] ANGULO, C. ; ARNOULD, M. ; RAYET, M. ; DESCOUVEMONT, P. ; BAYE, D. ; LECLERCQ-WILLAIN, C. ; COC, A. ; BARHOUMI, S. ; AGUER, P. ; ROLFS, C. ; KUNZ, R. ; HAMMER, J. W. ; MAYER, A. ; PARADELLIS, T. ; KOSSIONIDES, S. ; CHRONIDOU, C. ; SPYROU, K. ; DEGL'INNOCENTI, S. ; FIORENTINI, G. ; RICCI, B. ; ZAVATARELLI, S. ; PROVIDENCIA, C. ; WOLTERS, H. ; SOARES, J. ; GRAMA, C. ; RAHIGHI, J. ; SHOTTER, A. ; RACHTI, M. L.: A compilation of charged-particle induced thermonuclear reaction rates. In: *Nuclear Physics A* 656 (1999), Nr. 1, S. 3–183
- [AGM<sup>+</sup>06] AHMAD, I. ; GREENE, J. P. ; MOORE, E. F. ; GHELBERG, S. ; OFAN, A. ; PAUL, M. ; KUTSCHERA, W.: Improved measurement of the <sup>44</sup>Ti half-life from a 14-year long study. In: *Phys. Rev. C* 74 (2006), Nr. 6, S. 065803
- [AKHF77] ANTILLA, A. ; KEINONEN, J. ; HAUTALA, M. ; FORSBLOM, I.: Use of the <sup>27</sup>Al(p,γ)<sup>28</sup>Si,  $E_p = 992$  keV resonance as a gamma-ray intensity standard. In: *Nuclear Instruments and Methods* 147 (1977), Nr. 3, S. 501–505
- [Ato11] ATOMKI: *Institute of Nuclear Research of the Hungarian Academy of Sciences*. <http://www.atomki.hu/basicinf.html>, 2011. – Basic Information
- [AWT03] AUDI, G. ; WAPSTRA, A. H. ; THIBAUT, C.: The 2003 atomic mass evaluation: (II). Tables, graphs and references. In: *Nuclear Physics A* 729 (2003), Nr. 1, S. 337–676. – The 2003 NUBASE and Atomic Mass Evaluations
- [Bie60] BIEDENHARN, L. C.: Angular Correlations in Nuclear Spectroscopy. In: AJZENBERG-SELOVE, F. (Hrsg.): *Nuclear Spectroscopy*, 1960, S. 732
- [Boh15] BOHR, N.: LX. On the decrease of velocity of swiftly moving electrified particles in passing through matter. In: *Philosophical Magazine Series 6* 30 (1915), S. 581–612
- [BSM05] BRONSTEIN, Ilja N. ; SEMENDJAJEW, Konstantin A. ; MUSIOL, Gerhard: *Taschenbuch der Mathematik*. 6. Aufl. Deutsch (Harri), 2005

- [BT07] BROWNE, E. ; TULI, J.K.: Nuclear Data Sheets for  $A = 137$ . In: *Nuclear Data Sheets* 108 (2007), Nr. 10, S. 2173–2318
- [Cen05] CENTER, NASA Goddard Space F.: *The Imaging Compton Telescope (COMPTEL)*. <https://heasarc.gsfc.nasa.gov/docs/cgro/comptel>, 2005
- [Cen11] CENTER, National Nuclear D.: *ENSDF: Evaluated Nuclear Structure Data File*. <http://www.nndc.bnl.gov/ensdf>, 2011
- [Cha84] CHANDRASEKHAR, S.: On stars, their evolution and their stability. In: *Rev. Mod. Phys.* 56 (1984), Nr. 2, S. 137–147
- [CJA99] CAMERON J. A., Singh B.: Nuclear Data Sheets for  $A = 44$ . In: *Nuclear Data Sheets* 88 (1999), S. 299–416
- [Cla03] CLAYTON, Donald: *Handbook of Isotopes in the Cosmos: Hydrogen to Gallium (Cambridge Planetary Science)*. Cambridge University Press, 2003
- [DBG<sup>+</sup>04] DOLLINGER, G. ; BERGMAIER, A. ; GOERGENS, L. ; NEUMAIER, P. ; VANDERVORST, W. ; JAKSCHIK, S.: High resolution elastic recoil detection. In: *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms* 219–220 (2004), S. 333–343
- [Dem04] DEMTRÖDER, Wolfgang: *Experimentalphysik 4: Kern-, Teilchen- und Astrophysik*. 2. Aufl. Springer, 2004
- [DFBF98] DOLLINGER, G. ; FREY, C. M. ; BERGMAIER, A. ; FAESTERMANN, T.: Elastic recoil detection with single atomic layer depth resolution. In: *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms* 136–138 (1998), S. 603–610
- [DSB82] DIXON, W. R. ; STOREY, R. S. ; BIELAJEW, A. F.: Q-value of the  $^{40}\text{Ca}(\alpha,\gamma)^{44}\text{Ti}$  reaction. In: *Nuclear Physics A* 378 (1982), Nr. 2, S. 273–279
- [DSS80] DIXON, W. R. ; STOREY, R. S. ; SIMPSON, J. J.: An isospin-mixed triplet in  $^{44}\text{Ti}$ . In: *Can. J. Phys.* 58 (1980), S. 1360–1366
- [DT98] DIEHL, R. ; TIMMES, F. X.: Gamma-Ray Line Emission from Radioactive Isotopes in Stars and Galaxies. In: *Publications of the Astronomical Society of the Pacific* 110 (1998), S. 637–659

- [Fil97] FILIPPENKO, A. V.: Optical Spectra of Supernovae. In: *Annual Review of Astronomy and Astrophysics* 35 (1997), S. 309–355
- [FL06] FESEN, Robert A. ; LONG, James: *Cassiopeia A - The colourful aftermath of a violent stellar death*. [http://www.esa.int/esaSC/SEMSC06LARE\\_index\\_1.html](http://www.esa.int/esaSC/SEMSC06LARE_index_1.html), 2006. – NASA, ESA, and the Hubble Heritage (STScI/AURA)-ESA/Hubble Collaboration
- [GH63] GENTNER, W. ; HORTIG, G.: Eine Methode zur Erzeugung von Strahlen negativer Ionen. In: *Zeitschrift für Physik A Hadrons and Nuclei* 172 (1963), S. 353–357
- [Gil08] GILMORE, Gordon: *Practical Gamma-ray Spectroscopy*. 2. Aufl. Wiley, 2008
- [gnu10] *gnuplot homepage*. <http://www.gnuplot.info>, 2010
- [Hea64] HEATH, R. L.: *Scintillation spectrometry, gamma-ray spectrum catalogue*. Bd. 1. 2. Aufl. 1964. – USAEC Report IDO-16880
- [IDB<sup>+</sup>94] IYUDIN, A. F. ; DIEHL, R. ; BLOEMEN, H. ; HERMSEN, W. ; LICHTI, G. G. ; MORRIS, D. ; RYAN, J. ; SCHÖNFELDER, V. ; STEINLE, H. ; VARENDORFF, M. ; VRIES, C. de ; WINKLER, C.: COMPTEL observations of <sup>44</sup>Ti gamma-ray line emission from CAS A. In: *Astronomy and Astrophysics* 284 (1994), S. L1–L4
- [IDL<sup>+</sup>97] IYUDIN, A. F. ; DIEHL, R. ; LICHTI, G. G. ; SCHÖNFELDER, V. ; STRONG, A. W. ; BLOEMEN, H. ; HERMSEN, W. ; RYAN, J. ; BENNETT, K. ; WINKLER, C.: Cas A in the Light of the <sup>44</sup>Ti 1.15 MeV Gamma-Ray Line Emission. In: C. WINKLER, & P. D. T. J.-L. Courvoisier J. T. J.-L. Courvoisier C. T. J.-L. Courvoisier (Hrsg.): *The Transparent Universe* Bd. 382, 1997 (ESA Special Publication), S. 37
- [Ili07] ILIADIS, Christian: *Nuclear Physics of Stars*. Wiley-VCH, 2007
- [KCLR77] KOZUB, R. L. ; COOKE, B. E. ; LESLIE, J. R. ; ROBERTSON, B. C.: Partial widths and gamma-ray decay of the 2883- and 5037-keV levels in <sup>41</sup>Sc. In: *Phys. Rev. C* 16 (1977), Nr. 1, S. 132–138
- [KDL<sup>+</sup>09] KÖHLER, M. ; DEGERING, D. ; LAUBENSTEIN, M. ; QUIRIN, P. ; LAMPERT, M.-O. ; HULT, M. ; ARNOLD, D. ; NEUMAIER, S. ; REYSS, J.-L.: A new low-level  $\gamma$ -ray spectrometry system for environmental radioactivity at the underground laboratory Felsenkeller. In: *Applied Radiation and Isotopes* 67 (2009),

Nr. 5, S. 736–740. – 5th International Conference on Radionuclide Metrology  
- Low-Level Radioactivity Measurement Techniques ICRM-LLRMT'08

- [Kno10] KNOLL, Glenn F.: *Radiation Detection and Measurement*. 4. Aufl. Wiley, 2010
- [Min41] MINKOWSKI, R.: Spectra of Supernovae. In: *Publications of the Astronomical Society of the Pacific* 53 (1941), S. 224
- [MS05] MUKHERJEE, G. ; SONZOGNI, A.A.: Nuclear Data Sheets for  $A = 88$ . In: *Nuclear Data Sheets* 105 (2005), Nr. 2, S. 419–556
- [PS03] PRITYCHENKO, B. ; SONZOGNI, A.: *Q-value Calculator*. <http://www.nndc.bnl.gov/qcalc/>, 2003. – Atomic Mass Data Center
- [RVD<sup>+</sup>06] RENAUD, M. ; VINK, J. ; DECOURCELLE, A. ; LEBRUN, F. ; HARTOG, P. R. ; TERRIER, R. ; COUVREUR, C. ; KNÖDLSIEDER, J. ; MARTIN, P. ; PRANTZOS, N. ; BYKOV, A. M. ; BLOEMEN, H.: The Signature of  $^{44}\text{Ti}$  in Cassiopeia A Revealed by IBIS/ISGRI on INTEGRAL. In: *The Astrophysical Journal Letters* 647 (2006), Nr. 1, S. L41. – electronic edition
- [TCD<sup>+</sup>06] THE, L.-S. ; CLAYTON, D. D. ; DIEHL, R. ; HARTMANN, D. H. ; IYUDIN, A. F. ; LEISING, M. D. ; MEYER, B. S. ; MOTIZUKI, Y. ; SCHÖNFELDER, V.: Are  $^{44}\text{Ti}$ -producing supernovae exceptional? In: *Astronomy and Astrophysics* 450 (2006), Nr. 3, S. 1037–1050
- [TCJM98] THE, L.-S. ; CLAYTON, D. D. ; JIN, L. ; MEYER, B. S.: Nuclear Reactions Governing the Nucleosynthesis of  $^{44}\text{Ti}$ . In: *Astrophysical Journal* 504 (1998), S. 500
- [Tro09] TROMPLER, Erik: Messung des Wirkungsquerschnitts astrophysikalisch relevanter Kernreaktionen / Forschungszentrum Dresden-Rossendorf. 2009 (523). – Forschungsbericht. – Diplomarbeit
- [Tul03] TULI, J. K.: Nuclear Data Sheets for  $A = 60$ . In: *Nuclear Data Sheets* 100 (2003), Nr. 3, S. 347–481
- [TWHH96] TIMMES, F. X. ; WOOSLEY, S. E. ; HARTMANN, D. H. ; HOFFMAN, R. D.: The Production of  $^{44}\text{Ti}$  and  $^{60}\text{Co}$  in Supernovae. In: *Astrophysical Journal* 464 (1996), S. 332

- [ULD11] UBERTINI, Pietro ; LEBRUN, Francois ; DICOCO, Guido: *IBIS: Imager on Board the INTEGRAL Satellite*. [http://www.sciops.esa.int/index.php?project=INTEGRAL&page=About\\_INTEGRAL\\_IBIS](http://www.sciops.esa.int/index.php?project=INTEGRAL&page=About_INTEGRAL_IBIS), 2011. – INTEGRAL Science Operations Centre
- [VOT<sup>+</sup>07] VOCKENHUBER, C. ; OUELLET, C. O. ; THE, L.-S. ; BUCHMANN, L. ; CAGGIANO, J. ; CHEN, A. A. ; CRAWFORD, H. ; D'AURIA, J. M. ; DAVIDS, B. ; FOGARTY, L. ; FREKERS, D. ; HUSSEIN, A. ; HUTCHEON, D. A. ; KUTSCHERA, W. ; LAIRD, A. M. ; LEWIS, R. ; O'CONNOR, E. ; OTTEWELL, D. ; PAUL, M. ; PAVAN, M. M. ; PEARSON, J. ; RUIZ, C. ; RUPRECHT, G. ; TRINCZEK, M. ; WALES, B. ; WALLNER, A.: Measurement of the  $^{40}\text{Ca}(\alpha,\gamma)^{44}\text{Ti}$  reaction relevant for supernova nucleosynthesis. In: *Phys. Rev. C* 76 (2007), Nr. 3, S. 035801
- [WF76] WILKEN, Berend ; FRITZ, Theodore A.: Energy distribution functions of low energy ions in silicon absorbers measured for large relative energy losses. In: *Nuclear Instruments and Methods* 138 (1976), Nr. 2, S. 331–343
- [Wib07] WIBERG, Nils: *Lehrbuch der Anorganischen Chemie*. 102. Aufl. Berlin : Walter de Gruyter, 2007
- [Zie11] ZIEGLER, James F.: *SRIM - The Stopping and Range of Ions in Matter*. <http://www.srim.org>, 2011. – Particle Interactions with Matter
- [ZJAL90] ZIJDERHAND, F. ; JANSEN, F. P. ; ALDERLIESTEN, C. ; LEUN, C. van d.: Detector-efficiency calibration for high-energy gamma-rays. In: *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment* 286 (1990), Nr. 3, S. 490–496
- [ZML87] ZIJDERHAND, F. ; MAKKUS, R. C. ; LEUN, C. Van D.: Investigation of  $^{41}\text{Sc}$  by proton capture in  $^{40}\text{Ca}$ . In: *Nuclear Physics A* 466 (1987), Nr. 2, S. 280–294

# Erklärung

Hiermit versichere ich, dass ich die vorliegende Arbeit ohne unzulässige Hilfe Dritter und ohne Benutzung anderer als der angegebenen Hilfsmittel angefertigt habe. Die aus fremden Quellen direkt oder indirekt übernommenen Gedanken sind als solche kenntlich gemacht. Die Arbeit wurde bisher weder im Inland noch im Ausland in gleicher oder ähnlicher Form einer anderen Prüfungsbehörde vorgelegt.

Konrad Schmidt

Dresden, Februar 2011